

# 粒子物理简介

## 第六节 电弱规范理论

余钊焕

中山大学物理学院

<https://yzhxxzxy.github.io>



更新日期：2024 年 10 月 19 日



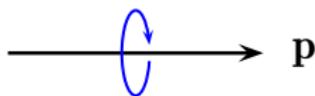
# 费米子螺旋度

 旋量场  $\psi(x)$  描述的自旋  $1/2$  费米子具有左旋和右旋两种**自旋极化态**

 **左旋**费米子的螺旋度为**负**，即自旋  $S$  在动量  $p$  方向上的投影为负

 **右旋**费米子的螺旋度为**正**，即自旋  $S$  在动量  $p$  方向上的投影为正

 对于**有质量**的费米子，**洛伦兹变换**可以把动量方向反过来，**翻转螺旋度**



左旋极化



右旋极化

# 费米子螺旋度

 旋量场  $\psi(x)$  描述的自旋 1/2 费米子具有左旋和右旋两种**自旋极化态**

 **左旋**费米子的螺旋度为**负**，即自旋  $S$  在动量  $p$  方向上的投影为负

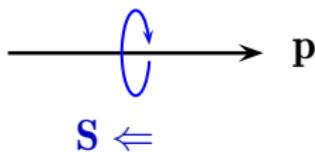
 **右旋**费米子的螺旋度为**正**，即自旋  $S$  在动量  $p$  方向上的投影为正

 对于**有质量**的费米子，**洛伦兹变换**可以把动量方向反过来，**翻转螺旋度**

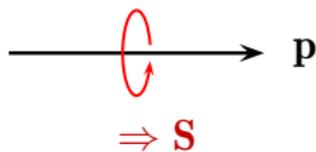
 对于**无质量**的费米子，螺旋度在任意惯性系中都相同

 可以将左旋和右旋费米子视作两种**不同**粒子

 螺旋度成为区分正反粒子的量子数，**左旋正费米子**的反粒子是**右旋反费米子**，**右旋正费米子**的反粒子是**左旋反费米子**



左旋极化



右旋极化

# 旋量场手征性与宇称不守恒

 引入**左手**投影矩阵  $P_L \equiv \frac{1}{2}(1 - \gamma^5)$  和**右手**投影矩阵  $P_R \equiv \frac{1}{2}(1 + \gamma^5)$

 将旋量场  $\psi(x)$  分解为**左手旋量场**  $\psi_L \equiv P_L\psi$  和**右手旋量场**  $\psi_R \equiv P_R\psi$

 对于**无质量**旋量场，或在可忽略质量的高能极限下，**手征性等价于螺旋度**

	左手场 $\psi_L(x)$	$\left\{ \begin{array}{l} \text{左旋正费米子} \\ \text{右旋反费米子} \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} \text{右手场 } \psi_R(x) \\ \left\{ \begin{array}{l} \text{右旋正费米子} \\ \text{左旋反费米子} \end{array} \right. \end{array} \right.$

 **质量项**  $m\bar{\psi}\psi = m(\bar{\psi}_R\psi_L + \bar{\psi}_L\psi_R)$  相当于左右手旋量场的耦合项

# 旋量场手征性与宇称不守恒

 引入**左手**投影矩阵  $P_L \equiv \frac{1}{2}(1 - \gamma^5)$  和**右手**投影矩阵  $P_R \equiv \frac{1}{2}(1 + \gamma^5)$

 将旋量场  $\psi(x)$  分解为**左手旋量场**  $\psi_L \equiv P_L \psi$  和**右手旋量场**  $\psi_R \equiv P_R \psi$

 对于**无质量**旋量场，或在可忽略质量的高能极限下，**手征性等价于螺旋度**

 **左手场**  $\psi_L(x)$   $\left\{ \begin{array}{l} \text{左旋正费米子} \\ \text{右旋反费米子} \end{array} \right.$       **右手场**  $\psi_R(x)$   $\left\{ \begin{array}{l} \text{右旋正费米子} \\ \text{左旋反费米子} \end{array} \right.$

 **质量项**  $m\bar{\psi}\psi = m(\bar{\psi}_R\psi_L + \bar{\psi}_L\psi_R)$  相当于左右手旋量场的耦合项

 在**空间反射变换**下，动量方向反转，自旋方向不变，因而螺旋度**符号翻转**

 对于**宇称守恒**的理论，如**量子电动力学**和**量子色动力学**，存在空间反射对称性，左右手旋量场具有**相同**的相互作用

 在**弱相互作用**中，**宇称不守恒**，不存在空间反射对称性，其根源在于**左右手旋量场参与不同的规范相互作用**

# 电弱规范理论

 电弱规范理论是  $SU(2)_L \times U(1)_Y$  规范理论

  $SU(2)_L$  的生成元称为弱同位旋  $\tau^a$  ( $a = 1, 2, 3$ ),  $U(1)_Y$  的荷称为弱超荷  $Y$

 类似于盖尔曼-西岛关系, 电荷为  $Q = T^3 + Y$ , 其中  $T^3$  是  $\tau^3$  的本征值

 左手旋量场构成  $SU(2)_L$  二重态, 右手旋量场则是  $SU(2)_L$  单态

统一记号	第 1 代	第 2 代	第 3 代	$T^3$	$Y$	$Q$
$L_{iL} = \begin{pmatrix} \nu_{iL} \\ \ell_{iL} \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} \nu_{eL} \\ e_L \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} \nu_{\mu L} \\ \mu_L \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} \nu_{\tau L} \\ \tau_L \end{pmatrix}$	$1/2$ $-1/2$	$-1/2$ $-1/2$	$0$ $-1$
$Q_{iL} = \begin{pmatrix} u_{iL} \\ d'_{iL} \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} u_L \\ d'_L \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} c_L \\ s'_L \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} t_L \\ b'_L \end{pmatrix}$	$1/2$ $-1/2$	$1/6$ $1/6$	$2/3$ $-1/3$
$\ell_{iR}$	$e_R$	$\mu_R$	$\tau_R$	$0$	$-1$	$-1$
$u_{iR}$	$u_R$	$c_R$	$t_R$	$0$	$2/3$	$2/3$
$d'_{iR}$	$d'_R$	$s'_R$	$b'_R$	$0$	$-1/3$	$-1/3$

 规范本征态  $d'_i$  通过 CKM 矩阵  $V_{ij}$  与质量本征态  $d_i$  联系起来:  $d'_i = V_{ij}d_j$

# 费米子的电弱规范不变拉氏量

🏠 三代费米子的电弱规范不变拉氏量为

$$\mathcal{L}_{\text{EWF}} = \bar{L}_{iL} i\gamma^\mu D_\mu L_{iL} + \bar{Q}_{iL} i\gamma^\mu D_\mu Q_{iL} + \bar{l}_{iR} i\gamma^\mu D_\mu l_{iR} + \bar{u}_{iR} i\gamma^\mu D_\mu u_{iR} + \bar{d}'_{iR} i\gamma^\mu D_\mu d'_{iR}$$

🚗  $SU(2)_L$  二重态  $Q_{iL}$  和  $L_{iL}$  的协变导数为  $D_\mu = \partial_\mu + igW_\mu^a \tau^a + ig'Y B_\mu$ , 其中  $\tau^a = \frac{\sigma^a}{2}$ ;  $SU(2)_L$  单态  $l_{iR}$ 、 $u_{iR}$  和  $d'_{iR}$  的协变导数为  $D_\mu = \partial_\mu + ig'Y B_\mu$

🟦 这里**没有质量项**: 质量项耦合左右手旋量场, 从而**破坏规范对称性**

🔪  $SU(2)_L$  规范场  $W_\mu^a$  和  $U(1)_Y$  规范场  $B_\mu$  跟**左手旋量场**的耦合与**右手旋量场**不同

# 费米子的电弱规范不变拉氏量

 三代费米子的电弱规范不变拉氏量为

$$\mathcal{L}_{\text{EWF}} = \bar{L}_{iL} i\gamma^\mu D_\mu L_{iL} + \bar{Q}_{iL} i\gamma^\mu D_\mu Q_{iL} + \bar{l}_{iR} i\gamma^\mu D_\mu l_{iR} + \bar{u}_{iR} i\gamma^\mu D_\mu u_{iR} + \bar{d}'_{iR} i\gamma^\mu D_\mu d'_{iR}$$

  $SU(2)_L$  二重态  $Q_{iL}$  和  $L_{iL}$  的协变导数为  $D_\mu = \partial_\mu + igW_\mu^a \tau^a + ig'Y B_\mu$ ，其中

$\tau^a = \frac{\sigma^a}{2}$ ； $SU(2)_L$  单态  $l_{iR}$ 、 $u_{iR}$  和  $d'_{iR}$  的协变导数为  $D_\mu = \partial_\mu + ig'Y B_\mu$

 这里**没有质量项**：质量项耦合左右手旋量场，从而破坏规范对称性

  $SU(2)_L$  规范场  $W_\mu^a$  和  $U(1)_Y$  规范场  $B_\mu$  跟左手旋量场的耦合与右手旋量场不同，而电磁场却**相同**  为了得到电磁相互作用，需要把  $W_\mu^3$  和  $B_\mu$  混合起来

$$\begin{pmatrix} A_\mu \\ Z_\mu \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_W & s_W \\ -s_W & c_W \end{pmatrix} \begin{pmatrix} B_\mu \\ W_\mu^3 \end{pmatrix}, \quad s_W \equiv \sin \theta_W = \frac{g'}{\sqrt{g^2 + g'^2}}, \quad c_W \equiv \sqrt{1 - s_W^2}$$

  $g$  是  $SU(2)_L$  规范耦合， $g'$  是  $U(1)_Y$  规范耦合，转动角  $\theta_W$  称为**温伯格角**

  $A_\mu$  对应于**光子**，传递电磁相互作用，**电磁耦合常数**  $e = g s_W = g' c_W$

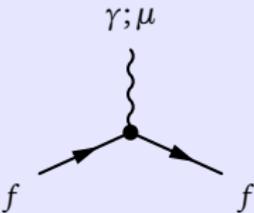
  $Z_\mu$  和  $W_\mu^\pm \equiv (W_\mu^1 \mp iW_\mu^2)/\sqrt{2}$  对应于  $Z^0$  和  $W^\pm$  **玻色子**，传递弱相互作用

# 费米子的电弱规范相互作用

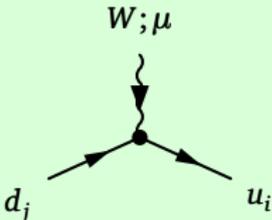
 费米子电弱相互作用拉氏量  $\mathcal{L}_{\text{EWF}} \supset -eA_\mu J_{\text{EM}}^\mu - gZ_\mu J_Z^\mu - g(W_\mu^+ J_W^{+\mu} + \text{H.c.})$

电磁流  $J_{\text{EM}}^\mu \equiv \sum_f Q_f \bar{f} \gamma^\mu f$ , 弱带电流  $J_W^{+\mu} \equiv \frac{1}{\sqrt{2}} (\bar{u}_{iL} \gamma^\mu V_{ij} d_{jL} + \bar{\nu}_{iL} \gamma^\mu \ell_{iL})$

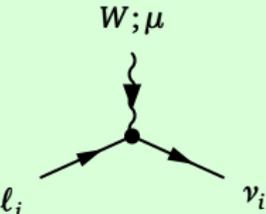
弱中性流  $J_Z^\mu \equiv \frac{1}{2c_W} \sum_f \bar{f} \gamma^\mu (g_V^f - g_A^f \gamma_5) f$ ,  $g_V^f \equiv T_f^3 - 2Q_f s_W^2$ ,  $g_A^f \equiv T_f^3$



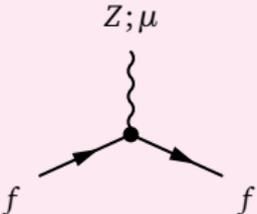
$$= -iQ_f e \gamma^\mu$$



$$= -\frac{ig}{\sqrt{2}} V_{ij} \gamma^\mu P_L$$



$$= -\frac{ig}{\sqrt{2}} \gamma^\mu P_L$$



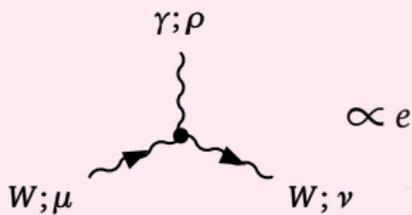
$$= -\frac{ig}{2c_W} \gamma^\mu (g_V^f - g_A^f \gamma_5)$$

## 电弱规范玻色子的自相互作用

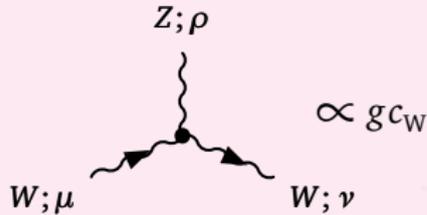
 电弱规范场自身的规范不变拉氏量为

$$\mathcal{L}_{EWG} = -\frac{1}{4}W_{\mu\nu}^a W^{a,\mu\nu} - \frac{1}{4}B_{\mu\nu}B^{\mu\nu}$$

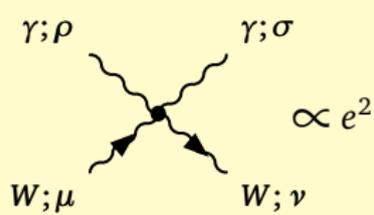
 场强张量  $W_{\mu\nu}^a \equiv \partial_\mu W_\nu^a - \partial_\nu W_\mu^a - g\varepsilon^{abc}W_\mu^b W_\nu^c$ ,  $B_{\mu\nu} \equiv \partial_\mu B_\nu - \partial_\nu B_\mu$



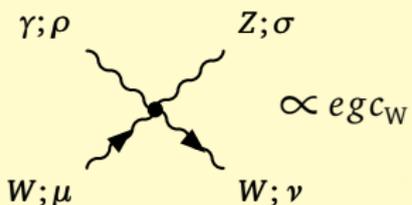
$$\propto e$$



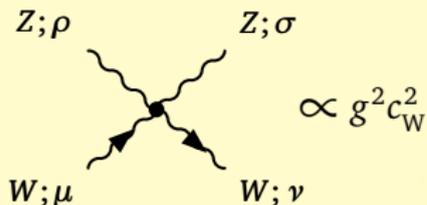
$$\propto g c_W$$



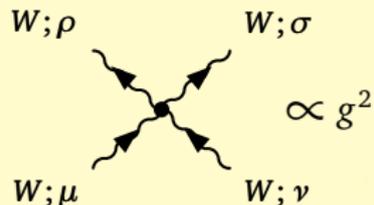
$$\propto e^2$$



$$\propto e g c_W$$



$$\propto g^2 c_W^2$$



$$\propto g^2$$

# 布劳特—恩格勒—希格斯机制

! 夸克、带电轻子、 $Z^0$  和  $W^\pm$  都具有质量，但上述  $SU(2)_L \times U(1)_Y$  规范理论的拉氏量还没有任何质量项

😊 规范对称性使规范理论具有非常良好的性质，特别是可重整性

😞 在规范理论中直接放入规范场的质量项，会破坏规范对称性

😞 直接引入旋量场的质量项会破坏  $SU(2)_L \times U(1)_Y$  规范对称性

🤔 为了在保证可重整性的同时提供规范玻色子和费米子的质量，需要引入布劳特—恩格勒—希格斯 (BEH) 机制，使  $SU(2)_L \times U(1)_Y$  对称性自发破缺

# 布劳特-恩格勒-希格斯机制

! 夸克、带电轻子、 $Z^0$  和  $W^\pm$  都具有质量，但上述  $SU(2)_L \times U(1)_Y$  规范理论的拉氏量还没有任何质量项

😊 规范对称性使规范理论具有非常良好的性质，特别是可重整性

😞 在规范理论中直接放入规范场的质量项，会破坏规范对称性

😱 直接引入旋量场的质量项会破坏  $SU(2)_L \times U(1)_Y$  规范对称性

🤔 为了在保证可重整性的同时提供规范玻色子和费米子的质量，需要引入布劳特-恩格勒-希格斯 (BEH) 机制，使  $SU(2)_L \times U(1)_Y$  对称性自发破缺

🍷 引进希格斯标量场  $\Phi = \begin{pmatrix} \phi^+ \\ \phi^0 \end{pmatrix}$ ， $\phi^+$  和  $\phi^0$  都是复标量场； $\Phi$  是  $SU(2)_L$  二重态，

具有弱超荷  $Y = 1/2$ ，电弱规范不变的拉氏量为

$$\mathcal{L}_H = (D^\mu \Phi)^\dagger (D_\mu \Phi) - V_H(\Phi), \quad V_H(\Phi) = -\mu^2 \Phi^\dagger \Phi + \lambda (\Phi^\dagger \Phi)^2$$

⚽ 协变导数为  $D_\mu = \partial_\mu + igW_\mu^a \tau^a + ig'Y B_\mu$ ， $\tau^a = \frac{\sigma^a}{2}$

🏀  $V_H(\Phi)$  是希格斯标量场的势能项，依赖于  $\Phi^\dagger \Phi = |\phi^+|^2 + |\phi^0|^2$

# 自发对称性破缺



希格斯场势能的行为由二次项系数  $\mu^2$  和四次项系数  $\lambda$  决定；假设  $\lambda > 0$



如果  $\mu^2 < 0$ ，势能项  $V_H(\Phi)$  的最小值对应于  $\Phi^\dagger\Phi = 0$ ；希格斯场的真空期待值

为  $\langle \Phi \rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ ，它在电弱规范变换下不变，故规范对称性未受到破坏

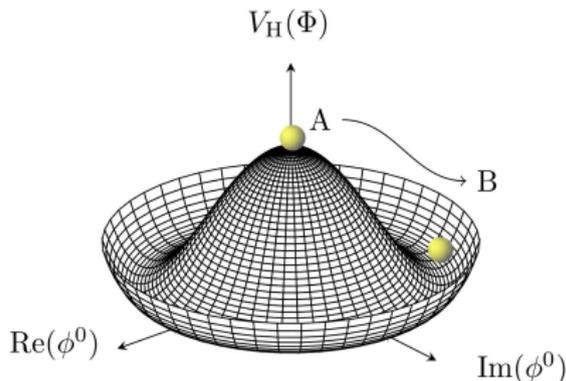
# 自发对称性破缺

🏢 希格斯场势能的行为由二次项系数  $\mu^2$  和四次项系数  $\lambda$  决定；假设  $\lambda > 0$

✈️ 如果  $\mu^2 < 0$ ，势能项  $V_H(\Phi)$  的最小值对应于  $\Phi^\dagger\Phi = 0$ ；希格斯场的真空期待值为  $\langle\Phi\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ ，它在电弱规范变换下不变，故规范对称性未受到破坏

🚢 如果  $\mu^2 > 0$ ， $\Phi^\dagger\Phi = 0$  处变成  $V_H(\Phi)$  的极大值，而最小值位于  $\Phi^\dagger\Phi = v^2/2$  对应的 3 维球面上，其中  $v = \sqrt{\mu^2/\lambda}$

🍌 若压缩掉  $\phi^+$  的实部和虚部两个维度，则  $V_H(\Phi)$  在  $\phi^0$  的实部和虚部坐标上呈现右图所示墨西哥草帽状的形式；希格斯场的真空期待值位于上述 3 维球面上的某一点，不失一般性，可取为  $\langle\Phi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v \end{pmatrix}$



🍕 电弱规范变换会改变这个期待值，故真空态不满足电弱规范对称性；这种拉氏量满足对称性、真空态却不满足的现象称为对称性自发破缺

# 希格斯玻色子

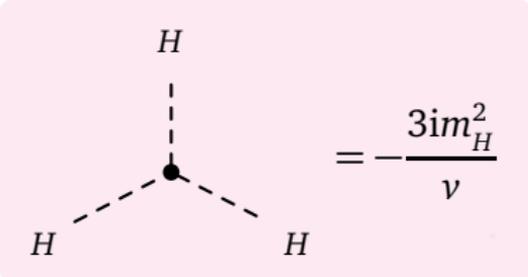
 以上述真空期待值  $\langle \Phi \rangle$  为基础，考虑沿  $\phi^0$  实轴扰动的实标量场  $H(x)$

$$\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v + H(x) \end{pmatrix}, \quad \Phi^\dagger \Phi \rightarrow \frac{1}{2}(v + H)^2$$

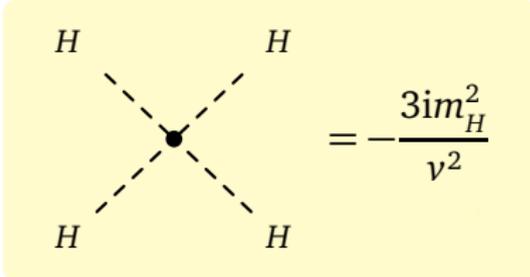
 这种参数化方法称为**么正规**，其它规范可由  $SU(2)_L$  规范变换得到

$$\text{🍔 } -V_H(\Phi) = \frac{1}{2}\mu^2(v + H)^2 - \frac{1}{4}\lambda(v + H)^4 = \frac{1}{4}\mu^2 v^2 - \frac{1}{2}m_H^2 H^2 - \frac{m_H^2}{2v} H^3 - \frac{m_H^2}{8v^2} H^4$$

  $m_H \equiv \sqrt{2}\mu = \sqrt{2\lambda}v$ ，实标量场  $H$  对应于一个**质量为  $m_H$**  的中性标量粒子  $H^0$ ，称为**希格斯玻色子**，具有**三线性和四线性**自相互作用



$$= -\frac{3im_H^2}{v}$$



$$= -\frac{3im_H^2}{v^2}$$

# 规范玻色子质量

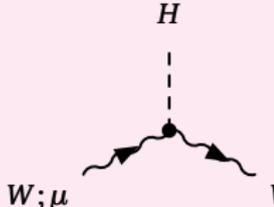
 在么正规范下，希格斯场的协变动能项化为

$$\begin{aligned} (D^\mu \Phi)^\dagger (D_\mu \Phi) &= \frac{1}{2} (\partial^\mu H) (\partial_\mu H) + m_W^2 W_\mu^+ W^{-,\mu} \\ &+ \frac{1}{2} m_Z^2 Z_\mu Z^\mu + \frac{2m_W^2}{v} H W_\mu^+ W^{-,\mu} + \frac{m_Z^2}{v} H Z_\mu Z^\mu \\ &+ \frac{m_W^2}{v^2} H^2 W_\mu^+ W^{-,\mu} + \frac{m_Z^2}{2v^2} H^2 Z_\mu Z^\mu \end{aligned}$$

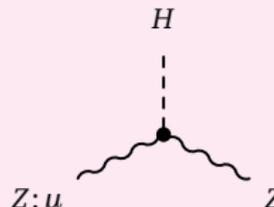
  $m_W \equiv \frac{1}{2} g v$ ,  $m_Z \equiv \frac{1}{2} \sqrt{g^2 + g'^2} v$

 对称性自发破缺之后， $W^\pm$  和  $Z^0$  规范玻色

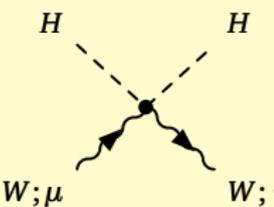
子获得质量  $m_W$  和  $m_Z$ ，有 3 个希格斯场自由度变成它们的纵向极化分量



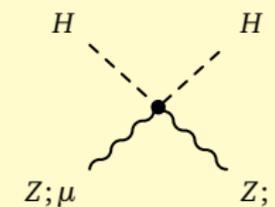
$$= \frac{2im_W^2}{v} g^{\mu\nu}$$



$$= \frac{2im_Z^2}{v} g^{\mu\nu}$$



$$= \frac{2im_W^2}{v^2} g^{\mu\nu}$$



$$= \frac{2im_Z^2}{v^2} g^{\mu\nu}$$

# 费米子质量

🏢 希格斯场与旋量场之间能够发生电弱规范不变的**汤川相互作用**

$$\mathcal{L}_Y = -\tilde{y}_d^{ij} \bar{Q}_{iL} d'_{jR} \Phi - y_{u_i} \bar{Q}_{iL} u_{iR} \tilde{\Phi} - y_{\ell_i} \bar{L}_{iL} \ell_{iR} \Phi + \text{H.c.}, \quad \tilde{\Phi} \equiv i\sigma^2 \Phi^*$$

🍲 卡比博-小林-益川 (CKM) 矩阵  $V$  将  $\tilde{y}_d^{ij}$  对角化, 满足

$$V_{li}^\dagger \tilde{y}_d^{ij} V_{jk} = y_{dk} \delta_{lk}$$

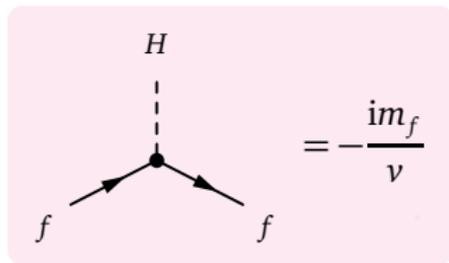
🍷 对称性自发破缺之后, 汤川耦合项化为

$$\mathcal{L}_Y = -m_{d_i} \bar{d}_i d_i - m_{u_i} \bar{u}_i u_i - m_{\ell_i} \bar{\ell}_i \ell_i - \frac{m_{d_i}}{v} H \bar{d}_i d_i - \frac{m_{u_i}}{v} H \bar{u}_i u_i - \frac{m_{\ell_i}}{v} H \bar{\ell}_i \ell_i$$

🍺  $m_{d_i} \equiv \frac{y_{d_i} v}{\sqrt{2}}, m_{u_i} \equiv \frac{y_{u_i} v}{\sqrt{2}}, m_{\ell_i} \equiv \frac{y_{\ell_i} v}{\sqrt{2}}$

🍷 可见, **费米子获得了质量**

🍷 费米子与希格斯玻色子发生汤川相互作用, 耦合常数正比于费米子质量



## CKM 矩阵

 在标准模型中，可以将上型夸克的规范本征态就取为质量本征态，而下型夸克的规范本征态与质量本征态通过 CKM 矩阵  $V$  联系：

$$\begin{pmatrix} u' \\ c' \\ t' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u \\ c \\ t \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} d' \\ s' \\ b' \end{pmatrix} = V \begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix}$$

 概率守恒要求  $V$  是幺正矩阵，标准参数化形式为

$$V = \begin{pmatrix} 1 & & \\ & c_{23} & s_{23} \\ & -s_{23} & c_{23} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_{13} & s_{13}e^{-i\delta} \\ & 1 \\ -s_{13}e^{i\delta} & c_{13} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_{12} & s_{12} \\ -s_{12} & c_{12} \\ & & 1 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} c_{12}c_{13} & s_{12}c_{13} & s_{13}e^{-i\delta} \\ -s_{12}c_{23} - c_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta} & c_{12}c_{23} - s_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta} & s_{23}c_{13} \\ s_{12}s_{23} - c_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta} & -c_{12}s_{23} - s_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta} & c_{23}c_{13} \end{pmatrix} \quad \begin{matrix} s_{ij} \equiv \sin \theta_{ij} \\ c_{ij} \equiv \cos \theta_{ij} \end{matrix}$$

  $V$  包含 3 个转动角  $\theta_{12} \simeq 13^\circ$ ,  $\theta_{23} \simeq 2.4^\circ$ ,  $\theta_{13} \simeq 0.21^\circ$ ,  
1 个引起 CP 破坏的复相角  $\delta \simeq 66^\circ$

# 夸克味混合

🏠 如果只讨论第一、二代夸克的混合，则 CKM 矩阵可近似为

$$V \simeq \begin{pmatrix} \cos \theta_C & \sin \theta_C & \\ -\sin \theta_C & \cos \theta_C & \\ & & 1 \end{pmatrix}$$

🔍  $\theta_C$  称为卡比博角，满足  $\sin \theta_C = s_{12} = 0.225$

✝️ CKM 矩阵的非对角元非零 🙌 弱带电流可以耦合不同代的夸克

🎧 这是夸克味混合现象

🎹  $W^+ \rightarrow u\bar{d}'$  过程在质量态上表现为

$$W^+ \rightarrow u\bar{d} \text{ (} V_{11} \text{ 引起)}$$

$$W^+ \rightarrow u\bar{s} \text{ (} V_{12} \text{ 引起)}$$

$$W^+ \rightarrow u\bar{b} \text{ (} V_{13} \text{ 引起)}$$

$$= -\frac{ig}{\sqrt{2}} V_{ij} \gamma^\mu P_L$$

# 超出标准模型：中微子味混合

 **中微子振荡**实验表明，中微子具有**微小质量**，而且存在**味混合**

 **狄拉克中微子**的**味本征态** (即**规范本征态**) 与**质量本征态**通过**庞蒂科夫—牧—中川—坂田 (PMNS) 矩阵  $U$**  联系：

$$\begin{pmatrix} \nu_e \\ \nu_\mu \\ \nu_\tau \end{pmatrix} = U \begin{pmatrix} \nu_1 \\ \nu_2 \\ \nu_3 \end{pmatrix}, \quad U = \begin{pmatrix} \bar{c}_{12}\bar{c}_{13} & \bar{s}_{12}\bar{c}_{13} & \bar{s}_{13}e^{-i\bar{\delta}} \\ -\bar{s}_{12}\bar{c}_{23} - \bar{c}_{12}\bar{s}_{23}\bar{s}_{13}e^{i\bar{\delta}} & \bar{c}_{12}\bar{c}_{23} - \bar{s}_{12}\bar{s}_{23}\bar{s}_{13}e^{i\bar{\delta}} & \bar{s}_{23}\bar{c}_{13} \\ \bar{s}_{12}\bar{s}_{23} - \bar{c}_{12}\bar{c}_{23}\bar{s}_{13}e^{i\bar{\delta}} & -\bar{c}_{12}\bar{s}_{23} - \bar{s}_{12}\bar{c}_{23}\bar{s}_{13}e^{i\bar{\delta}} & \bar{c}_{23}\bar{c}_{13} \end{pmatrix}$$

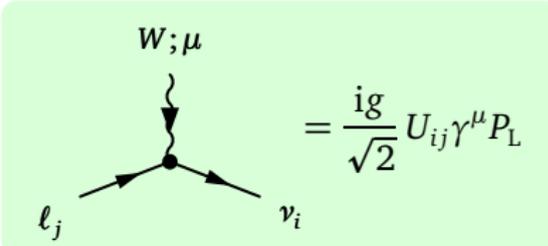
  $\bar{\theta}_{12} \sim 33^\circ$ ,  $\bar{\theta}_{23} \sim 41^\circ$  (质量正序) 或  $\bar{\theta}_{23} \sim 50^\circ$  (质量逆序),  $\bar{\theta}_{13} \sim 8.4^\circ$

 如果中微子是**马约拉纳费米子**，则额外存在 2 个  $CP$  破坏相角  $\rho$  和  $\sigma$ ，PMNS 矩阵应该再右乘  $\text{diag}(1, e^{i\rho}, e^{i\sigma})$

 太阳中微子振荡   $\bar{\theta}_{12}$

 大气中微子振荡   $\bar{\theta}_{23}$

 反应堆中微子振荡   $\bar{\theta}_{13}$



$$= \frac{ig}{\sqrt{2}} U_{ij} \gamma^\mu P_L$$

# $e^+e^-$ 湮灭

 通过**电磁流**和**弱中性流**相互作用，

$e^+e^-$  可湮灭成一对正反费米子  $f\bar{f}$

  $\sqrt{s} \sim m_Z$  处出现  $Z$  的**共振峰**

 受**共振态**和**弱中性流**影响较小时，

截面比  $R = \frac{\sigma(e^+e^- \rightarrow q_i\bar{q}_i)}{\sigma(e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-)}$  体现

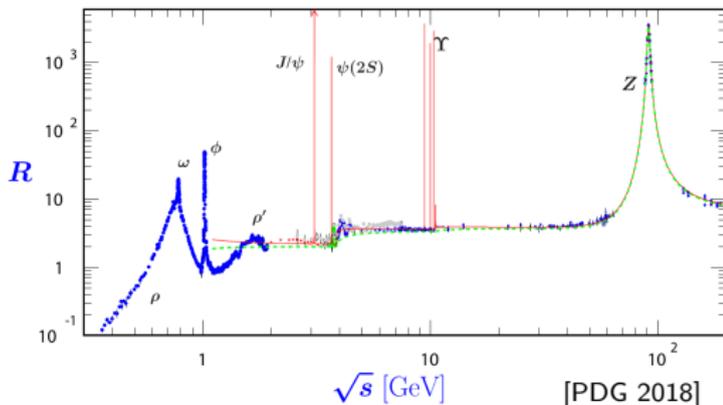
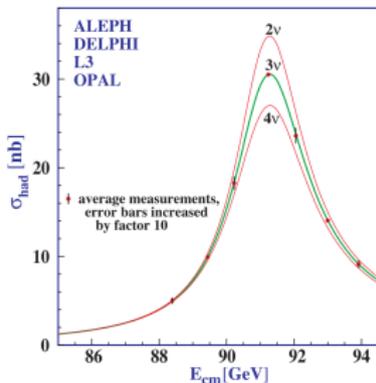
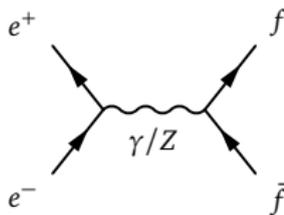
夸克**味数**、**颜色**、**电荷**跟  $\mu$  子的差异

  $1 \text{ GeV} \leq \sqrt{s} \leq 3.6 \text{ GeV}$  处，

$$R \simeq 3 \left[ 2 \left( -\frac{1}{3} \right)^2 + \left( \frac{2}{3} \right)^2 \right] = 2$$

  $3.7 \text{ GeV} \leq \sqrt{s} \leq 10 \text{ GeV}$  处，

$$R \simeq 3 \left[ 2 \left( -\frac{1}{3} \right)^2 + 2 \left( \frac{2}{3} \right)^2 \right] = \frac{10}{3}$$

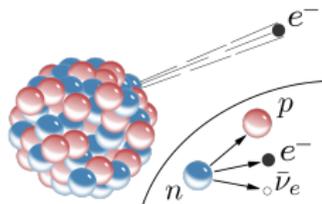


# $\beta$ 衰变

🏠 弱相互作用引起**原子核  $\beta$  衰变**

🦁 质量数为  $A = Z + N$  的原子核具有  $Z$  个质子和  $N$  个中子，通过  $\beta$  衰变会变成具有  $Z + 1$  个质子和  $N - 1$  个中子的原子核  $A'$ ，即

$$A(Z, N) \rightarrow A'(Z + 1, N - 1) + e^- + \bar{\nu}_e$$



# β 衰变

🏠 弱相互作用引起**原子核 β 衰变**

🐼 质量数为  $A = Z + N$  的原子核具有  $Z$  个质子和  $N$  个中子，通过  $\beta$  衰变会变成具有  $Z + 1$  个质子和  $N - 1$  个中子的原子核  $A'$ ，即

$$A(Z, N) \rightarrow A'(Z + 1, N - 1) + e^- + \bar{\nu}_e$$

🐱 在**核子**层次，以上过程体现为**中子 β 衰变**

$$n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e$$

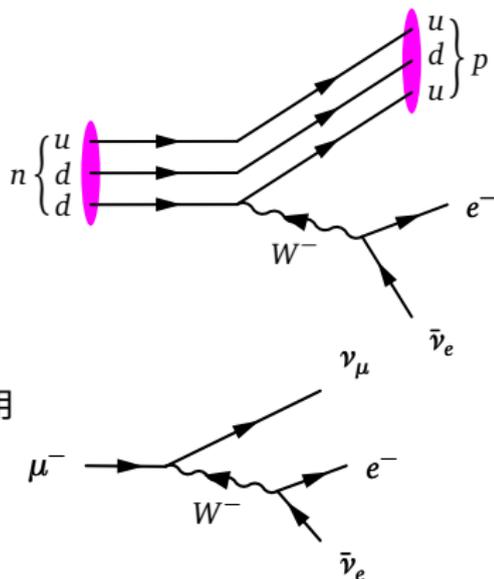
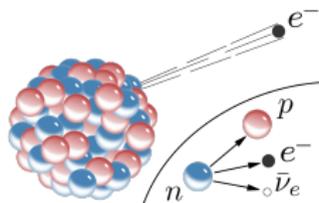
🐱 在**夸克**层次，以上过程体现为**d 夸克 β 衰变**

$$d \rightarrow u + e^- + \bar{\nu}_e$$

🦋 此过程来自  $W^-$  玻色子传递的**弱带电流**相互作用

🐶 在**轻子**方面，类似的过程有  $\mu$  子衰变

$$\mu^- \rightarrow \nu_\mu + e^- + \bar{\nu}_e$$



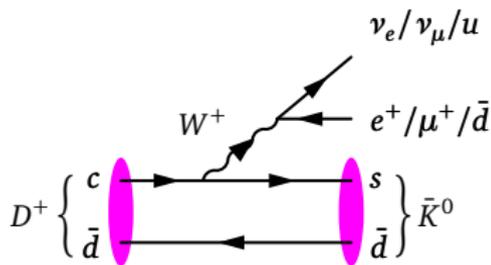
# 介子弱衰变

 **弱带电流**相互作用也会引起介子衰变

  $D^+(c\bar{d})$  衰变到  $\bar{K}^0$  和轻子或夸克 (👉 介子)

$$D^+ \rightarrow \bar{K}^0 + \nu_e/\nu_\mu/u + e^+/\mu^+/\bar{d}$$

  $D^+$  中  $\bar{d}$  夸克实际没参与衰变, 称为**旁观者**



# 介子弱衰变

 **弱带电流**相互作用也会引起介子衰变

  $D^+(c\bar{d})$  衰变到  $\bar{K}^0$  和轻子或夸克 ( 介子)

$$D^+ \rightarrow \bar{K}^0 + \nu_e/\nu_\mu/u + e^+/\mu^+/\bar{d}$$

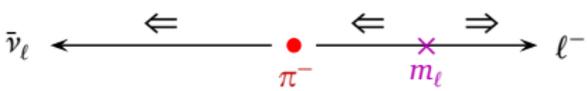
  $D^+$  中  $\bar{d}$  夸克实际没参与衰变, 称为**旁观者**

  $\pi^-(\bar{u}d)$  衰变到带电轻子和反中微子

$$\pi^- \rightarrow e^-/\mu^- + \bar{\nu}_e/\bar{\nu}_\mu$$

  $\pi^-$  静止系中, **角动量守恒**要求末态正轻子和反轻子的螺旋度相同, 但弱带电流只耦合左旋正费米子和右旋反费米子, 需要由**质量翻转螺旋度**  **螺旋度压低效应**

  $\frac{\Gamma(\pi^- \rightarrow e^- \bar{\nu}_e)}{\Gamma(\pi^- \rightarrow \mu^- \bar{\nu}_\mu)} \sim \frac{m_e^2}{m_\mu^2} \simeq 2 \times 10^{-5}$



  $\pi^- \rightarrow \mu^- \bar{\nu}_\mu$  分支比为 99.9877%,  $\pi^- \rightarrow e^- \bar{\nu}_e$  分支比为 0.0123%

