

粒子物理简介

第六节 电弱规范理论

余钊焕

中山大学物理学院


<https://yzhxxzxy.github.io>




更新日期：2024 年 5 月 4 日



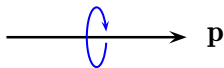
费米子螺旋度

 旋量场 $\psi(x)$ 描述的费米子具有左旋和右旋两种自旋极化态

 **左旋**费米子的螺旋度为**负**，即自旋 S 在动量 p 方向上的投影为负

 **右旋**费米子的螺旋度为**正**，即自旋 S 在动量 p 方向上的投影为正

 对于**有质量**的费米子，**洛伦兹变换**可以把动量方向反过来，**翻转螺旋度**





左旋极化



右旋极化

费米子螺旋度


 旋量场 $\psi(x)$ 描述的费米子具有左旋和右旋两种**自旋极化态**


 **左旋**费米子的螺旋度为**负**，即自旋 S 在动量 p 方向上的投影为负

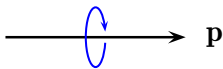
 **右旋**费米子的螺旋度为**正**，即自旋 S 在动量 p 方向上的投影为正

 对于**有质量**的费米子，**洛伦兹变换**可以把动量方向反过来，**翻转螺旋度**

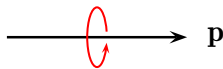
 对于**无质量**的费米子，螺旋度在任意惯性系中都相同

 可以将左旋和右旋费米子视作两种**不同**粒子

 螺旋度成为区分正反粒子的量子数，**左旋正费米子**的反粒子是**右旋反费米子**，**右旋正费米子**的反粒子是**左旋反费米子**




左旋极化




右旋极化


旋量场手征性与宇称不守恒

 引入**左手**投影算符 $P_L \equiv \frac{1}{2}(1 - \gamma^5)$ 和**右手**投影算符 $P_R \equiv \frac{1}{2}(1 + \gamma^5)$


 将旋量场 $\psi(x)$ 分解为**左手旋量场** $\psi_L \equiv P_L\psi$ 和**右手旋量场** $\psi_R \equiv P_R\psi$

 对于**无质量**旋量场，或在可忽略质量的高能极限下，**手征性等价于螺旋度**


 **左手场** $\psi_L(x)$ $\left\{ \begin{array}{l} \text{左旋正费米子} \\ \text{右旋反费米子} \end{array} \right.$ **右手场** $\psi_R(x)$ $\left\{ \begin{array}{l} \text{右旋正费米子} \\ \text{左旋反费米子} \end{array} \right.$

 **质量项** $m\bar{\psi}\psi = m(\bar{\psi}_R\psi_L + \bar{\psi}_L\psi_R)$ 相当于左右手旋量场的耦合项


旋量场手征性与宇称不守恒


 引入**左手**投影算符 $P_L \equiv \frac{1}{2}(1 - \gamma^5)$ 和**右手**投影算符 $P_R \equiv \frac{1}{2}(1 + \gamma^5)$


 将旋量场 $\psi(x)$ 分解为**左手旋量场** $\psi_L \equiv P_L \psi$ 和**右手旋量场** $\psi_R \equiv P_R \psi$


 对于**无质量**旋量场，或在可忽略质量的高能极限下，**手征性等价于螺旋度**

 **左手场** $\psi_L(x)$ $\left\{ \begin{array}{l} \text{左旋正费米子} \\ \text{右旋反费米子} \end{array} \right.$ **右手场** $\psi_R(x)$ $\left\{ \begin{array}{l} \text{右旋正费米子} \\ \text{左旋反费米子} \end{array} \right.$

 **质量项** $m\bar{\psi}\psi = m(\bar{\psi}_R\psi_L + \bar{\psi}_L\psi_R)$ 相当于左右手旋量场的耦合项

 在**空间反射变换**下，动量方向反转，自旋方向不变，因而螺旋度**符号翻转**

 对于**宇称守恒**的理论，如**量子电动力学**和**量子色动力学**，存在空间反射对称性，左右手旋量场具有**相同**的相互作用

 在**弱相互作用**中，**宇称不守恒**，不存在空间反射对称性，其根源在于**左右手旋量场参与不同的规范相互作用**

电弱规范理论


 电弱规范理论是 $SU(2)_L \times U(1)_Y$ 规范理论

 $SU(2)_L$ 的生成元称为弱同位旋 τ^a ， $U(1)_Y$ 的荷称为弱超荷 Y


 类似于盖尔曼-西岛关系，电荷为 $Q = T^3 + Y$ ，其中 T^3 是 τ^3 的本征值

 左手旋量场构成 $SU(2)_L$ 二重态，右手旋量场则是 $SU(2)_L$ 单态


统一记号	第 1 代	第 2 代	第 3 代	T^3	Y	Q
$L_{iL} = \begin{pmatrix} \nu_{iL} \\ \ell_{iL} \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} \nu_{eL} \\ e_L \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} \nu_{\mu L} \\ \mu_L \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} \nu_{\tau L} \\ \tau_L \end{pmatrix}$	$1/2$ $-1/2$	$-1/2$ $-1/2$	0 -1
$Q_{iL} = \begin{pmatrix} u_{iL} \\ d'_{iL} \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} u_L \\ d'_L \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} c_L \\ s'_L \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} t_L \\ b'_L \end{pmatrix}$	$1/2$ $-1/2$	$1/6$ $1/6$	$2/3$ $-1/3$
ℓ_{iR}	e_R	μ_R	τ_R	0	-1	-1
u_{iR}	u_R	c_R	t_R	0	$2/3$	$2/3$
d'_{iR}	d'_R	s'_R	b'_R	0	$-1/3$	$-1/3$


 规范本征态 d'_i 通过 CKM 矩阵 V_{ij} 与质量本征态 d_i 联系起来： $d'_i = V_{ij}d_j$

费米子的电弱规范不变拉氏量


 三代费米子的电弱规范不变拉氏量为

$$\mathcal{L}_{\text{EWF}} = \bar{L}_{iL} i\gamma^\mu D_\mu L_{iL} + \bar{Q}_{iL} i\gamma^\mu D_\mu Q_{iL} + \bar{\ell}_{iR} i\gamma^\mu D_\mu \ell_{iR} + \bar{u}_{iR} i\gamma^\mu D_\mu u_{iR} + \bar{d}'_{iR} i\gamma^\mu D_\mu d'_{iR}$$


 $SU(2)_L$ 二重态 Q_{iL} 和 L_{iL} 的协变导数为 $D_\mu = \partial_\mu + igW_\mu^a \tau^a + ig'Y B_\mu$, 其中 $\tau^a = \frac{\sigma^a}{2}$; $SU(2)_L$ 单态 ℓ_{iR} 、 u_{iR} 和 d'_{iR} 的协变导数为 $D_\mu = \partial_\mu + ig'Y B_\mu$


 这里**没有质量项**：质量项耦合左右手旋量场，从而**破坏规范对称性**



费米子的电弱规范不变拉氏量

 三代费米子的电弱规范不变拉氏量为


$$\mathcal{L}_{\text{EWF}} = \bar{L}_{iL} i\gamma^\mu D_\mu L_{iL} + \bar{Q}_{iL} i\gamma^\mu D_\mu Q_{iL} + \bar{l}_{iR} i\gamma^\mu D_\mu l_{iR} + \bar{u}_{iR} i\gamma^\mu D_\mu u_{iR} + \bar{d}'_{iR} i\gamma^\mu D_\mu d'_{iR}$$


 $SU(2)_L$ 二重态 Q_{iL} 和 L_{iL} 的协变导数为 $D_\mu = \partial_\mu + igW_\mu^a \tau^a + ig'Y B_\mu$, 其中 $\tau^a = \frac{\sigma^a}{2}$; $SU(2)_L$ 单态 l_{iR} 、 u_{iR} 和 d'_{iR} 的协变导数为 $D_\mu = \partial_\mu + ig'Y B_\mu$


 这里**没有质量项**: 质量项耦合左右手旋量场, 从而**破坏规范对称性**

 规范场 W_μ^a ($a = 1, 2, 3$) 和 B_μ 跟**左手**旋量场的耦合与**右手**旋量场**不同**, 而电磁场却**相同**  为了得到电磁相互作用, 需要把 W_μ^3 和 B_μ **混合**起来


$$\begin{pmatrix} A_\mu \\ Z_\mu \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_W & s_W \\ -s_W & c_W \end{pmatrix} \begin{pmatrix} B_\mu \\ W_\mu^3 \end{pmatrix}, \quad s_W \equiv \sin \theta_W = \frac{g'}{\sqrt{g^2 + g'^2}}, \quad c_W \equiv \sqrt{1 - s_W^2}$$

 g 是 $SU(2)_L$ 规范耦合, g' 是 $U(1)_Y$ 规范耦合, 转动角 θ_W 称为**温伯格角**

 A_μ 对应于**光子**, 传递电磁相互作用, **电磁耦合常数** $e = g s_W = g' c_W$

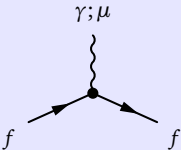
 Z_μ 和 $W_\mu^\pm \equiv (W_\mu^1 \mp iW_\mu^2)/\sqrt{2}$ 对应于 Z^0 和 W^\pm **玻色子**, 传递弱相互作用

费米子的电弱规范相互作用

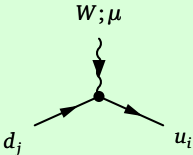
 费米子电弱相互作用拉氏量 $\mathcal{L}_{\text{EWF}} \supset -eA_\mu J_{\text{EM}}^\mu - gZ_\mu J_Z^\mu - g(W_\mu^+ J_W^{+\mu} + \text{H.c.})$

电磁流 $J_{\text{EM}}^\mu \equiv \sum_f Q_f \bar{f} \gamma^\mu f$, 弱带电流 $J_W^{+\mu} \equiv \frac{1}{\sqrt{2}} (\bar{u}_{iL} \gamma^\mu V_{ij} d_{jL} + \bar{\nu}_{iL} \gamma^\mu \ell_{iL})$

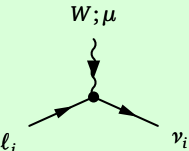
弱中性流 $J_Z^\mu \equiv \frac{1}{2c_W} \sum_f \bar{f} \gamma^\mu (g_V^f - g_A^f \gamma_5) f$, $g_V^f \equiv T_f^3 - 2Q_f s_W^2$, $g_A^f \equiv T_f^3$



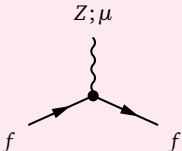
$$= -iQ_f e \gamma^\mu$$



$$= -\frac{ig}{\sqrt{2}} V_{ij} \gamma^\mu P_L$$




$$= -\frac{ig}{\sqrt{2}} \gamma^\mu P_L$$





$$= -\frac{ig}{2c_W} \gamma^\mu (g_V^f - g_A^f \gamma_5)$$

电弱规范玻色子的自相互作用


 电弱规范场自身的规范不变拉氏量为

$$\mathcal{L}_{\text{EWG}} = -\frac{1}{4}W_{\mu\nu}^a W^{a,\mu\nu} - \frac{1}{4}B_{\mu\nu}B^{\mu\nu}$$

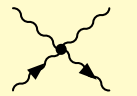
 场强张量 $W_{\mu\nu}^a \equiv \partial_\mu W_\nu^a - \partial_\nu W_\mu^a - g\varepsilon^{abc}W_\mu^b W_\nu^c$, $B_{\mu\nu} \equiv \partial_\mu B_\nu - \partial_\nu B_\mu$



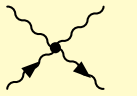
$\gamma; \rho$
 $W; \mu$ $W; \nu$ $\propto e$



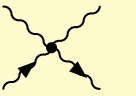
$Z; \rho$
 $W; \mu$ $W; \nu$ $\propto g c_W$



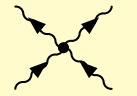
$\gamma; \rho$ $\gamma; \sigma$
 $W; \mu$ $W; \nu$ $\propto e^2$



$\gamma; \rho$ $Z; \sigma$
 $W; \mu$ $W; \nu$ $\propto e g c_W$



$Z; \rho$ $Z; \sigma$
 $W; \mu$ $W; \nu$ $\propto g^2 c_W^2$



$W; \rho$ $W; \sigma$
 $W; \mu$ $W; \nu$ $\propto g^2$

布劳特—恩格勒—希格斯机制

! 夸克、带电轻子、 Z^0 和 W^\pm 都具有质量，但上述 $SU(2)_L \times U(1)_Y$ 规范理论的拉氏量还没有任何质量项

😊 规范对称性使规范理论具有非常良好的性质，特别是可重整性

😞 在规范理论中直接放入规范场的质量项，会破坏规范对称性

😞 直接引入旋量场的质量项会破坏 $SU(2)_L \times U(1)_Y$ 规范对称性

🤔 为了在保证可重整性的同时提供规范玻色子和费米子的质量，需要引入布劳特—恩格勒—希格斯 (BEH) 机制，使 $SU(2)_L \times U(1)_Y$ 对称性自发破缺

布劳特-恩格勒-希格斯机制

! 夸克、带电轻子、 Z^0 和 W^\pm 都具有质量，但上述 $SU(2)_L \times U(1)_Y$ 规范理论的拉氏量还没有任何质量项

😊 规范对称性使规范理论具有非常良好的性质，特别是可重整性

😞 在规范理论中直接放入规范场的质量项，会破坏规范对称性

😱 直接引入旋量场的质量项会破坏 $SU(2)_L \times U(1)_Y$ 规范对称性

🤔 为了在保证可重整性的同时提供规范玻色子和费米子的质量，需要引入布劳特-恩格勒-希格斯 (BEH) 机制，使 $SU(2)_L \times U(1)_Y$ 对称性自发破缺

🍷 引进希格斯标量场 $\Phi = \begin{pmatrix} \phi^+ \\ \phi^0 \end{pmatrix}$ ， ϕ^+ 和 ϕ^0 都是复标量场； Φ 是 $SU(2)_L$ 二重态，


具有弱超荷 $Y = 1/2$ ，电弱规范不变的拉氏量为


$$\mathcal{L}_H = (D^\mu \Phi)^\dagger (D_\mu \Phi) - V_H(\Phi), \quad V_H(\Phi) = -\mu^2 \Phi^\dagger \Phi + \lambda (\Phi^\dagger \Phi)^2$$

⚽ 协变导数为 $D_\mu = \partial_\mu + igW_\mu^a \tau^a + ig'Y B_\mu$ ， $\tau^a = \frac{\sigma^a}{2}$

🏀 $V_H(\Phi)$ 是希格斯标量场的势能项，依赖于 $\Phi^\dagger \Phi = |\phi^+|^2 + |\phi^0|^2$

自发对称性破缺

 希格斯场势能的行为由二次项系数 μ^2 和四次项系数 λ 决定；假设 $\lambda > 0$

 如果 $\mu^2 < 0$ ，势能项 $V_H(\Phi)$ 的最小值对应于 $\Phi^\dagger\Phi = 0$ ；希格斯场的真空期待值为 $\langle\Phi\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ ，它在电弱规范变换下不变，故规范对称性未受到破坏

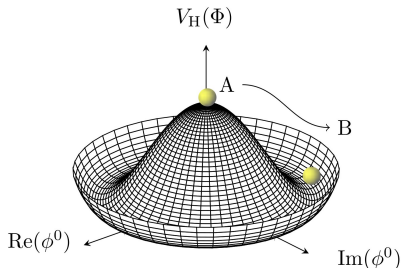
自发对称性破缺

🏢 希格斯场势能的行为由二次项系数 μ^2 和四次项系数 λ 决定；假设 $\lambda > 0$

✈️ 如果 $\mu^2 < 0$ ，势能项 $V_H(\Phi)$ 的最小值对应于 $\Phi^\dagger\Phi = 0$ ；希格斯场的真空期待值为 $\langle\Phi\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ ，它在电弱规范变换下不变，故规范对称性未受到破坏


🚢 如果 $\mu^2 > 0$ ， $\Phi^\dagger\Phi = 0$ 处变成 $V_H(\Phi)$ 的极大值，而最小值位于 $\Phi^\dagger\Phi = v^2/2$ 对应的 3 维球面上，其中 $v = \sqrt{\mu^2/\lambda}$

🍌 若压缩掉 ϕ^+ 的实部和虚部两个维度，则 $V_H(\Phi)$ 在 ϕ^0 的实部和虚部坐标上呈现右图所示墨西哥草帽状的形式；希格斯场的真空期待值位于上述 3 维球面上的某一点，不失一般性，可取为 $\langle\Phi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v \end{pmatrix}$




🍕 电弱规范变换会改变这个期待值，故真空态不满足电弱规范对称性；这种拉氏量满足对称性、真空态却不满足的现象称为对称性自发破缺


希格斯玻色子

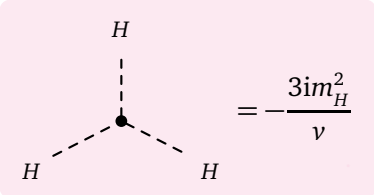
 以上述真空期待值 $\langle \Phi \rangle$ 为基础，考虑沿 ϕ^0 实轴扰动的实标量场 $H(x)$

$$\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v + H(x) \end{pmatrix}, \quad \Phi^\dagger \Phi \rightarrow \frac{1}{2}(v + H)^2$$

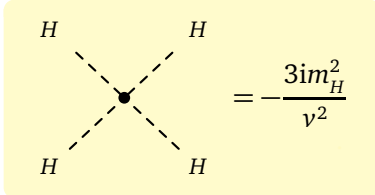
 这种参数化方法称为**么正规**，其它规范可由 $SU(2)_L$ 规范变换得到

$$\text{🍔 } -V_H(\Phi) = \frac{1}{2}\mu^2(v + H)^2 - \frac{1}{4}\lambda(v + H)^4 = \frac{1}{4}\mu^2 v^2 - \frac{1}{2}m_H^2 H^2 - \frac{m_H^2}{2v} H^3 - \frac{m_H^2}{8v^2} H^4$$

 $m_H \equiv \sqrt{2}\mu = \sqrt{2\lambda}v$ ，实标量场 H 对应于一个**质量为** m_H 的中性标量粒子 H^0 ，称为**希格斯玻色子**，具有**三线性和四线性**自相互作用




$$= -\frac{3im_H^2}{v}$$




$$= -\frac{3im_H^2}{v^2}$$

规范玻色子质量

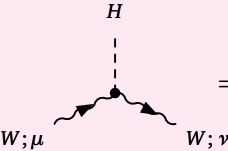
 在么正规范下，希格斯场的协变动能项化为

$$\begin{aligned}
 (D^\mu \Phi)^\dagger (D_\mu \Phi) &= \frac{1}{2} (\partial^\mu H) (\partial_\mu H) + m_W^2 W_\mu^+ W^{-,\mu} \\
 &+ \frac{1}{2} m_Z^2 Z_\mu Z^\mu + \frac{2m_W^2}{v} H W_\mu^+ W^{-,\mu} + \frac{m_Z^2}{v} H Z_\mu Z^\mu \\
 &+ \frac{m_W^2}{v^2} H^2 W_\mu^+ W^{-,\mu} + \frac{m_Z^2}{2v^2} H^2 Z_\mu Z^\mu
 \end{aligned}$$

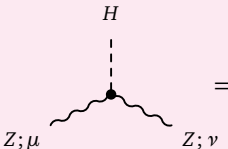
 $m_W \equiv \frac{1}{2} g v$, $m_Z \equiv \frac{1}{2} \sqrt{g^2 + g'^2} v$

 对称性自发破缺之后， W^\pm 和 Z^0 规范玻色

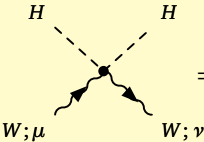
子获得质量 m_W 和 m_Z ，有 3 个希格斯场自由度变成它们的纵向极化分量



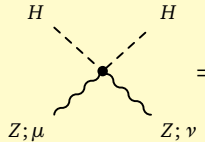
$$= \frac{2im_W^2}{v} g^{\mu\nu}$$



$$= \frac{2im_Z^2}{v} g^{\mu\nu}$$



$$= \frac{2im_W^2}{v^2} g^{\mu\nu}$$



$$= \frac{2im_Z^2}{v^2} g^{\mu\nu}$$

费米子质量

🏢 希格斯场与旋量场之间能够发生电弱规范不变的**汤川相互作用**

$$\mathcal{L}_Y = -\tilde{y}_d^{ij} \bar{Q}_{iL} d'_{jR} \Phi - y_{u_i} \bar{Q}_{iL} u_{iR} \tilde{\Phi} - y_{\ell_i} \bar{L}_{iL} \ell_{iR} \Phi + \text{H.c.}, \quad \tilde{\Phi} \equiv i\sigma^2 \Phi^*$$

🍲 **Cabibbo-Kobayashi-Maskawa (CKM) 矩阵 V** 将 \tilde{y}_d^{ij} 对角化, 满足

$$V_{li}^\dagger \tilde{y}_d^{ij} V_{jk} = y_{dk} \delta_{lk}$$

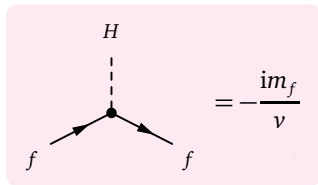
🍷 对称性自发破缺之后, 汤川耦合项化为

$$\mathcal{L}_Y = -m_{d_i} \bar{d}_i d_i - m_{u_i} \bar{u}_i u_i - m_{\ell_i} \bar{\ell}_i \ell_i - \frac{m_{d_i}}{v} H \bar{d}_i d_i - \frac{m_{u_i}}{v} H \bar{u}_i u_i - \frac{m_{\ell_i}}{v} H \bar{\ell}_i \ell_i$$

🍺 $m_{d_i} \equiv \frac{y_{d_i} v}{\sqrt{2}}, \quad m_{u_i} \equiv \frac{y_{u_i} v}{\sqrt{2}}, \quad m_{\ell_i} \equiv \frac{y_{\ell_i} v}{\sqrt{2}}$

🍷 可见, **费米子获得了质量**

🍷 费米子与希格斯玻色子发生汤川相互作用, 耦合常数正比于费米子质量



夸克味混合



在标准模型中，可以将上型夸克的规范态就取为质量态，而下型夸克的规范态与质量态通过 **CKM 矩阵 V** 联系：

$$\begin{pmatrix} u' \\ c' \\ t' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u \\ c \\ t \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} d' \\ s' \\ b' \end{pmatrix} = V \begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix}$$



概率守恒要求 V 是**么正矩阵**，标准参数化形式为

$$V = \begin{pmatrix} 1 & & \\ & c_{23} & s_{23} \\ & -s_{23} & c_{23} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_{13} & s_{13}e^{-i\delta} \\ & 1 \\ -s_{13}e^{i\delta} & c_{13} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_{12} & s_{12} \\ -s_{12} & c_{12} \\ & & 1 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} c_{12}c_{13} & s_{12}c_{13} & s_{13}e^{-i\delta} \\ -s_{12}c_{23} - c_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta} & c_{12}c_{23} - s_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta} & s_{23}c_{13} \\ s_{12}s_{23} - c_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta} & -c_{12}s_{23} - s_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta} & c_{23}c_{13} \end{pmatrix} \quad \begin{matrix} s_{ij} \equiv \sin \theta_{ij} \\ c_{ij} \equiv \cos \theta_{ij} \end{matrix}$$



V 包含 3 个转动角 $\theta_{12} \simeq 13^\circ$, $\theta_{23} \simeq 2.4^\circ$, $\theta_{13} \simeq 0.20^\circ$,
1 个引起 **CP 破坏**的复相角 $\delta \simeq 71^\circ$

CKM 矩阵元

🏠 拟合实验数据得到 **CKM 矩阵元**的模为

$$|V_{ij}| = \begin{pmatrix} 0.97446 \pm 0.00010 & 0.22452 \pm 0.00044 & 0.00365 \pm 0.00012 \\ 0.22438 \pm 0.00044 & 0.97359_{-0.00011}^{+0.00010} & 0.04214 \pm 0.00076 \\ 0.00896_{-0.00023}^{+0.00024} & 0.04133 \pm 0.00074 & 0.999105 \pm 0.000032 \end{pmatrix}$$

🔍 如果忽略第三代夸克的混合，CKM 矩阵可近似为

$$V_{ij} \simeq \begin{pmatrix} \cos \theta_C & \sin \theta_C & \\ -\sin \theta_C & \cos \theta_C & \\ & & 1 \end{pmatrix}, \quad \theta_C \text{ 称为 } \mathbf{Cabibbo \text{ 角}}, \text{ 满足 } \sin \theta_C = |V_{12}|$$

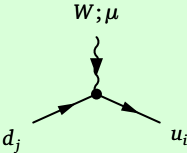
✝️ CKM 矩阵的**非对角元**非零 🖐️ **弱带电流**可以耦合**不同代的夸克**

🎹 $W^+ \rightarrow u\bar{d}'$ 过程在质量态上表现为

$$W^+ \rightarrow u\bar{d} \text{ (} V_{11} \text{ 引起)}$$


$$W^+ \rightarrow u\bar{s} \text{ (} V_{12} \text{ 引起)}$$


$$W^+ \rightarrow u\bar{b} \text{ (} V_{13} \text{ 引起)}$$




$$= -\frac{ig}{\sqrt{2}} V_{ij} \gamma^\mu P_L$$


超出标准模型：中微子味混合



 **中微子振荡**实验表明，中微子具有**微小质量**，而且存在**味混合**



 狄拉克中微子的味道本征态（即规范本征态）与质量本征态通过 **Pontecorvo-Maki-Nakagawa-Sakata (PMNS) 矩阵 U** 联系：



$$\begin{pmatrix} \nu_e \\ \nu_\mu \\ \nu_\tau \end{pmatrix} = U \begin{pmatrix} \nu_1 \\ \nu_2 \\ \nu_3 \end{pmatrix}, \quad U = \begin{pmatrix} \bar{c}_{12}\bar{c}_{13} & \bar{s}_{12}\bar{c}_{13} & \bar{s}_{13}e^{-i\delta} \\ -\bar{s}_{12}\bar{c}_{23} - \bar{c}_{12}\bar{s}_{23}\bar{s}_{13}e^{i\delta} & \bar{c}_{12}\bar{c}_{23} - \bar{s}_{12}\bar{s}_{23}\bar{s}_{13}e^{i\delta} & \bar{s}_{23}\bar{c}_{13} \\ \bar{s}_{12}\bar{s}_{23} - \bar{c}_{12}\bar{c}_{23}\bar{s}_{13}e^{i\delta} & -\bar{c}_{12}\bar{s}_{23} - \bar{s}_{12}\bar{c}_{23}\bar{s}_{13}e^{i\delta} & \bar{c}_{23}\bar{c}_{13} \end{pmatrix}$$

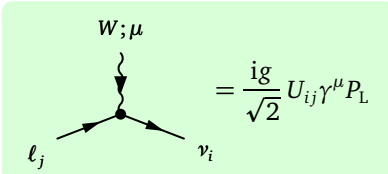
 $\bar{\theta}_{12} \sim 33^\circ$, $\bar{\theta}_{23} \sim 41^\circ$ (质量正序) 或 $\bar{\theta}_{23} \sim 50^\circ$ (质量逆序), $\bar{\theta}_{13} \sim 8.4^\circ$

 如果中微子是**马约拉纳费米子**，则额外存在 2 个 CP 破坏相角 ρ 和 σ ，PMNS 矩阵应该再右乘 $\text{diag}(1, e^{i\rho}, e^{i\sigma})$

 太阳中微子振荡  $\bar{\theta}_{12}$

 大气中微子振荡  $\bar{\theta}_{23}$

 反应堆中微子振荡  $\bar{\theta}_{13}$





$$= \frac{ig}{\sqrt{2}} U_{ij} \gamma^\mu P_L$$

e^+e^- 湮灭

 通过**电磁流**和**弱中性流**相互作用，


e^+e^- 可湮灭成一对正反费米子 $f\bar{f}$

 $\sqrt{s} \sim m_Z$ 处出现 Z 的**共振峰**


 受共振态和弱中性流影响较小时，

截面比 $R = \frac{\sigma(e^+e^- \rightarrow q_i\bar{q}_i)}{\sigma(e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-)}$ 体现

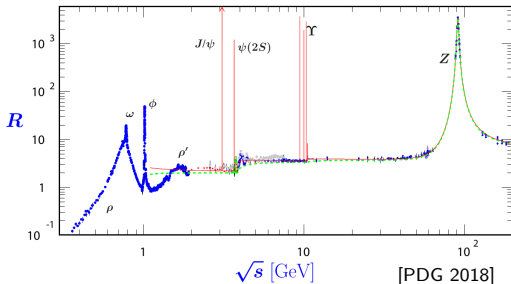
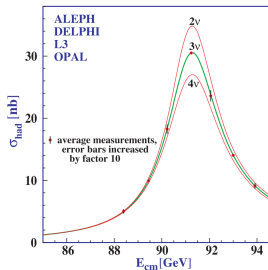
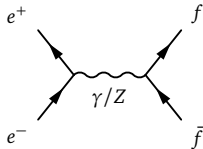
夸克味数、电荷跟 μ 子的相对差异

 $1 \text{ GeV} \leq \sqrt{s} \leq 3.6 \text{ GeV}$ 处，

$$R \simeq 3 \left[2 \left(-\frac{1}{3} \right)^2 + \left(\frac{2}{3} \right)^2 \right] = 2$$

 $3.7 \text{ GeV} \leq \sqrt{s} \leq 10 \text{ GeV}$ 处，

$$R \simeq 3 \left[2 \left(-\frac{1}{3} \right)^2 + 2 \left(\frac{2}{3} \right)^2 \right] = \frac{10}{3}$$

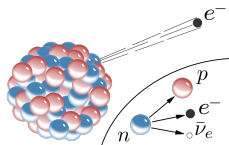


β 衰变

🏠 弱相互作用引起**原子核 β 衰变**

🦁 质量数为 $A = Z + N$ 的原子核具有 Z 个质子和 N 个中子，通过 β 衰变会变成具有 $Z + 1$ 个质子和 $N - 1$ 个中子的原子核 A' ，即

$$A(Z, N) \rightarrow A'(Z + 1, N - 1) + e^- + \bar{\nu}_e$$



β 衰变

🏠 弱相互作用引起**原子核 β 衰变**

🐼 质量数为 $A = Z + N$ 的原子核具有 Z 个质子和 N 个中子，通过 β 衰变会变成具有 $Z + 1$ 个质子和 $N - 1$ 个中子的原子核 A' ，即

$$A(Z, N) \rightarrow A'(Z + 1, N - 1) + e^- + \bar{\nu}_e$$

🐱 在**核子**层次，以上过程体现为**中子 β 衰变**

$$n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e$$

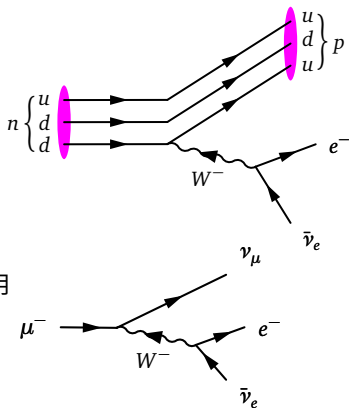
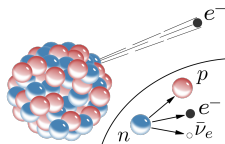
🐱 在**夸克**层次，以上过程体现为 **d 夸克 β 衰变**

$$d \rightarrow u + e^- + \bar{\nu}_e$$

🦋 此过程来自 W^- 玻色子传递的**弱带电流**相互作用

🐶 在**轻子**方面，类似的过程有 **μ 子衰变**

$$\mu^- \rightarrow \nu_\mu + e^- + \bar{\nu}_e$$



介子弱衰变

🏭 **弱带电流**相互作用也会引起介子衰变

🐻 $D^+(c\bar{d})$ 衰变到 \bar{K}^0 和轻子或夸克 (👉 介子)

$$D^+ \rightarrow \bar{K}^0 + \nu_e/\nu_\mu/u + e^+/\mu^+/\bar{d}$$

🧊 D^+ 中 \bar{d} 夸克实际没参与衰变, 称为**旁观者**

