粒子物理简介

第三节　对称性和守恒定律

余钊焕

中山大学物理学院

https://yzhxxzxy.github.io

更新日期：2024 年 5 月 4 日

对称性

- 自然界中存在着各式各样的**对称性**
- 比如，太阳是一个球体，如果忽略细节结构，它就具有**球对称性**，也就是说，绕中心作任意旋转操作都不会显现出任何形状上的变化
- 然而太阳表面经常出现黑暗斑点——太阳黑子，把它们考虑进来，太阳就不再具有严格的球对称性
- 这是一种**对称性破缺**现象

太阳和太阳黑子

对称性

自然界中存在着各式各样的**对称性**

比如，太阳是一个球体，如果忽略细节结构，它就具有**球对称性**，也就是说，绕中心作任意旋转操作都不会显现出任何形状上的变化

然而太阳表面经常出现黑暗斑点——太阳黑子，把它们考虑进来，太阳就不再具有严格的球对称性

这是一种**对称性破缺**现象

太阳和太阳黑子

在物理学中，如果某个现象或系统在某种变换下**不改变**，就说此现象或系统具有与这种变换相对应的**对称性**，也称为**不变性**

时空对称性：对时间或空间进行变换所对应的对称性

- 时间平移对称性
- 空间平移对称性
- 空间旋转对称性

内部对称性：对内部抽象空间进行变换所对应的对称性

- U(1) 整体对称性
- U(1) 规范对称性
- 全同粒子交换对称性

连续对称性与诺特定理

- ⛓ 若一种变换可用一组连续变化的参数来描述，则它是一种**连续变换**
- 🏓 连续变换对应的对称性称为**连续对称性**
- ⚽ 旋转变换可用连续变化的转动角描述 👉 上述球对称性属于连续对称性

诺特定理：如果一个系统具有某种不明显依赖于时间的连续对称性，就必然存在一种对应的守恒定律

Emmy Noether
(1882-1935)

连续对称性与诺特定理

- 若一种变换可用一组连续变化的参数来描述，则它是一种**连续变换**
- 连续变换对应的对称性称为**连续对称性**
- 旋转变换可用连续变化的转动角描述 上述球对称性属于连续对称性

诺特定理：如果一个系统具有某种不明显依赖于时间的连续对称性，就必然存在一种对应的守恒定律

对称性	守恒定律	守恒量
时间平移对称性	能量守恒	能量
空间平移对称性	动量守恒	动量
空间旋转对称性	角动量守恒	角动量
$\mathrm{U}(1)$ 整体对称性	荷数守恒	荷数

Emmy Noether
(1882-1935)

- 诺特定理首先是在**经典物理学**中给出的，但实际上对所有物理行为由**最小作用量原理**决定的系统都成立
- 将它推广到**量子物理学**中也得到了普遍证明

分立对称性

- 不连续的变换称为**分立变换**，分立变换对应的对称性称为**分立对称性**
- 在**经典物理学**中，分立对称性**不会**导致守恒定律
- 在**量子物理学**中，情况有所不同，若哈密顿量在某个不含时的厄米分立变换下不变，则**变换本身是守恒量**

分立对称性

- 不连续的变换称为**分立变换**，分立变换对应的对称性称为**分立对称性**
- 在**经典物理学**中，分立对称性**不会**导致守恒定律
- 在**量子物理学**中，情况有所不同，若哈密顿量在某个不含时的厄米分立变换下不变，则**变换本身是守恒量**

- 例如，**空间反射变换（P 变换）**是使空间坐标都反号而时间坐标不变的一种分立变换，即 $(t,\mathbf{x}) \to (t,-\mathbf{x})$，相应的分立对称性称为**空间反射对称性**
- 空间反射变换对态 $|\Psi(t,\mathbf{x})\rangle$ 的作用是 $\hat{P}\,|\Psi(t,\mathbf{x})\rangle = |\Psi(t,-\mathbf{x})\rangle$
  - 从而 $\hat{P}^2\,|\Psi(t,\mathbf{x})\rangle = |\Psi(t,\mathbf{x})\rangle$，即 $\hat{P}^2 = 1$
- 另外，可以证明 $\hat{P}$ 算符是**厄米**的，故 $\hat{P} = \hat{P}^{-1} = \hat{P}^\dagger$
- P 变换对其**本征态**$|\psi(\mathbf{x},t)\rangle$ 的作用为

$$\hat{P}\,|\psi(t,\mathbf{x})\rangle = P\,|\psi(t,\mathbf{x})\rangle = |\psi(t,-\mathbf{x})\rangle\text{，其中 } P \text{ 是 } \hat{P} \text{ 的}\textbf{本征值}$$

宇称守恒定律

- P 变换作用两次，得 $\hat{P}^2 |\psi(t,\mathbf{x})\rangle = P^2 |\psi(t,\mathbf{x})\rangle = |\psi(t,\mathbf{x})\rangle$
  - 因此 P 的取值必为 ± 1，称为相应本征态的**宇称 (或 P 宇称)**
- $P=+1$ 称为**偶**宇称，而 $P=-1$ 称为**奇**宇称

宇称守恒定律

- P 变换作用两次，得 $\hat{P}^2 |\psi(t,\mathbf{x})\rangle = P^2 |\psi(t,\mathbf{x})\rangle = |\psi(t,\mathbf{x})\rangle$
  - 因此 P 的取值必为 ± 1，称为相应本征态的**宇称 (或 P 宇称)**
- $P = +1$ 称为**偶**宇称，而 $P = -1$ 称为**奇**宇称

- 若**哈密顿量 $\hat{H}$ 在 P 变换不变**，即 $\hat{P}^{-1}\hat{H}\hat{P} = \hat{H}$，亦即 $[\hat{P},\hat{H}] = 0$，则利用 $\hat{P}$ 的不含时性质 $\dfrac{\partial \hat{P}}{\partial t} = 0$ 和薛定谔方程 $\mathrm{i}\dfrac{\partial |\psi\rangle}{\partial t} = \hat{H}|\psi\rangle$ 可得

$$
\begin{aligned}
\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\langle\psi|\hat{P}|\psi\rangle &= \frac{\partial\langle\psi|}{\partial t}\hat{P}|\psi\rangle + \langle\psi|\hat{P}\frac{\partial|\psi\rangle}{\partial t} \\
&= \frac{1}{-\mathrm{i}}\langle\psi|\hat{H}\hat{P}|\psi\rangle + \frac{1}{\mathrm{i}}\langle\psi|\hat{P}\hat{H}|\psi\rangle \\
&= \frac{1}{\mathrm{i}}\langle\psi|[\hat{P},\hat{H}]|\psi\rangle = 0
\end{aligned}
$$

- 可见，$\hat{P}$ 算符在任意态下的平均值都不随时间改变，故 $\hat{P}$ 是个**守恒量**
- 在量子力学中，空间反射对称性导致**宇称守恒定律**

守恒量分类

从数学角度看，守恒量可以分为两大类

- **相加性守恒量**：复合体系的总守恒量是各组成部分贡献守恒量的**代数和**
  例如，能量，动量，角动量，电荷，同位旋，奇异数，轻子数，重子数
- **相乘性守恒量**：复合体系的总守恒量是各组成部分贡献守恒量的**乘积**
  例如，P 宇称，C 宇称，CP 宇称，G 宇称

有**经典对应**的守恒量都是**相加性**的，**相乘性守恒量**都**没有经典对应**

守恒量分类

- 从数学角度看，守恒量可以分为两大类
- **相加性守恒量**：复合体系的总守恒量是各组成部分贡献守恒量的**代数和**
  例如，能量，动量，角动量，电荷，同位旋，奇异数，轻子数，重子数
- **相乘性守恒量**：复合体系的总守恒量是各组成部分贡献守恒量的**乘积**
  例如，P 宇称，C 宇称，CP 宇称，G 宇称
- 有**经典对应**的守恒量都是**相加性**的，**相乘性守恒量**都**没有经典对应**
- 守恒定律是否成立与相互作用有关，从这个角度可以对守恒定律分类
- **严格守恒定律**：对各种相互作用都成立的守恒定律
- **近似（或部分）守恒定律**：对某些相互作用成立，对另一些相互作用不成立，但在运动过程中后者的影响是次要的

能量、动量、角动量和电荷是有经典对应的**相加性严格守恒量**，同位旋和奇异数是无经典对应的**相加性近似守恒量**，P 宇称、C 宇称和 CP 宇称是无经典对应的**相乘性近似守恒量**，**反粒子所有内部相加性量子数与正粒子相反**

群

- 对称性在数学上由群论描述；对称变换的集合称为群，群元素具有乘法
  - 两个群元的乘积就是两次变换相继作用，乘法满足结合律
  - 群中任意两个群元的乘积仍属于此群（封闭性）
  - 群中必有一个恒元 E，即恒等变换，它与任一群元的乘积仍为此群元
  - 任一群元 R 都可以在群中找到逆元 R^{-1}，两者之积为恒元 $(R^{-1}R = E)$
- 若两个群元的乘积与次序无关，即两次对称变换的结果与次序无关，则称该群是一个阿贝尔群（交换群），否则是一个非阿贝尔群（非交换群）

群

- 对称性在数学上由**群论**描述；对称变换的集合称为**群**，群元素具有**乘法**
  - 两个群元的乘积就是两次变换相继作用，乘法满足**结合律**
  - 群中任意两个群元的乘积仍属于此群（**封闭性**）
  - 群中必有一个**恒元** E，即恒等变换，它与任一群元的乘积仍为此群元
  - 任一群元 R 都可以在群中找到**逆元** R^{-1}，两者之积为恒元 $(R^{-1}R = E)$
- 若两个群元的乘积与次序无关，即两次对称变换的结果与次序无关，则称该群是一个**阿贝尔群（交换群）**，否则是一个**非阿贝尔群（非交换群）**
- 如果一些 $m \times m$ **矩阵**的乘法关系与群元完全相同，就可以用来表示群
- 这些矩阵构成了群的 m **维线性表示**
- 利用线性表示，将对称变换视作**矩阵**，将变换所操作的态视作**列矢量**
- 在粒子物理中，经常见到有 m 种粒子集体满足某种对称性，构成 m **重态**
- 从**群表示论**角度看，这里每种粒子对应于 m 维表示的一个列矢量基底

分立群和连续群

分立对称性对应于**分立群**，连续对称性对应于**连续群**

由一个群元 R 和它的幂次构成的分立群称为循环群，是一种阿贝尔群；如果 $R^n = E$，该群就称为 n **阶循环群** Z_n，R 称为**生成元**。P 变换满足 $\hat{P}^2 = 1$，因而与恒等变换构成了一个 Z_2 群。所以，空间反射对称性是一种 Z_2 **对称性**。

分立群和连续群

分立对称性对应于**分立群**，连续对称性对应于**连续群**

由一个群元 R 和它的幂次构成的分立群称为循环群，是一种阿贝尔群；如果 $R^n = E$，该群就称为 n **阶循环群** Z_n，R 称为**生成元**。P 变换满足 $\hat{P}^2 = 1$，因而与恒等变换构成了一个 Z_2 群。所以，空间反射对称性是一种 Z_2 **对称性**。

李群是一类常见的连续群，具有一定的解析性质 (微分流形)

n **维李群**的群元 R 可用 n **个独立实参数** θ^a 描写，恒元邻域的群元可表达为指数形式 $R = \exp(\mathrm{i}\theta^a t^a)$，$n$ 个厄米算符 t^a 称为**生成元**，满足**李代数关系**

$$[t^a, t^b] = \mathrm{i}f^{abc}t^c, \quad a, b, c = 1, \cdots, n$$

实数 f^{abc} 称为**结构常数**，满足 $f^{abc} = -f^{bac}$。在李群的幺正表示中，生成元表达为**厄米矩阵**，**不同维表示**具有**不同阶生成元**，但结构常数总是**一样**的。

（注意：上述表达式采用爱因斯坦求和约定，对重复的指标从 1 至 n 求和）

典型的李群：$\mathrm{U}(n)$ 群和 $\mathrm{SU}(n)$ 群

- 在线性代数中，矩阵具有乘法，因而可逆方阵可依照自身乘法关系构成群
- 用来定义矩阵群的方阵构成该群的基础表示，表示维数与方阵阶数一致
- 值得注意的是，矩阵群可以拥有维数**不同于**基础表示的其它表示

典型的李群：$\mathrm{U}(n)$ 群和 $\mathrm{SU}(n)$ 群

- 在线性代数中，矩阵具有乘法，因而可逆方阵可依照自身乘法关系构成群
- 用来定义矩阵群的方阵构成该群的基础表示，表示维数与方阵阶数一致
- 值得注意的是，矩阵群可以拥有维数**不同于**基础表示的其它表示
- 幺正群 $\mathrm{U}(n)$ 由 $n \times n$ 幺正矩阵 U 构成，是维数为 n^2 的李群，群元满足

$$U^\dagger U = UU^\dagger = 1, \quad |\det(U)| = 1$$

最简单的幺正群是 $\mathrm{U}(1)$ 群，群元在一维表示里表达为 $\mathrm{e}^{\mathrm{i}Q\theta}$，其中有理数 Q 是生成元 (荷)。电磁相互作用具有 $\mathrm{U}(1)$ 对称性，从而导致电荷守恒定律。

典型的李群：$\mathrm{U}(n)$ 群和 $\mathrm{SU}(n)$ 群

- 在**线性代数**中，矩阵具有乘法，因而可逆方阵可依照自身乘法关系构成群
- 用来定义**矩阵群**的方阵构成该群的**基础表示**，表示维数与方阵阶数一致
- 值得注意的是，矩阵群可以拥有维数**不同于**基础表示的其它表示
- **幺正群** $\mathrm{U}(n)$ 由 $n\times n$ 幺正矩阵 U 构成，是维数为 n^2 的李群，群元满足

$$U^\dagger U = UU^\dagger = 1, \quad |\det(U)| = 1$$

最简单的幺正群是 $\mathrm{U}(1)$ 群，群元在一维表示里表达为 $\mathrm{e}^{\mathrm{i}Q\theta}$，其中有理数 Q 是生成元 (**荷**)。电磁相互作用具有 $\mathrm{U}(1)$ **对称性**，从而导致**电荷守恒定律**。

- **特殊幺正群** $\mathrm{SU}(n)$ 由 $\det(U)=1$ 的幺正矩阵 U 构成，是 n^2-1 维李群

$\mathrm{SU}(2)$ **群**基础表示的生成元 $t^a=\sigma^a/2$，其中 σ^a 为**泡利矩阵**

$$\sigma^1=\begin{pmatrix}0 & 1\\ 1 & 0\end{pmatrix},\quad \sigma^2=\begin{pmatrix}0 & -\mathrm{i}\\ \mathrm{i} & 0\end{pmatrix},\quad \sigma^3=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & -1\end{pmatrix}$$

李代数关系为 $[t^a,t^b]=\mathrm{i}\varepsilon^{abc}t^c$，结构常数是 Levi-Civita 符号 ε^{abc}

同位旋

实验表明，质子和中子**质量相近，强相互作用性质相似**。在强相互作用中互换质子和中子，系统性质不会改变。类比于**自旋**，海森堡在 1932 年提出**同位旋**的概念加以解释。π 介子也有类似性质。

粒子	质子 p	中子 n	π^+ 介子	π^0 介子	π^- 介子
质量 (MeV)	938.27	939.57	139.57	134.98	139.57
电荷 Q	$+1$	0	$+1$	0	-1

W. Heisenberg
(1901-1976)

同位旋

实验表明，质子和中子质量相近，强相互作用性质相似。在强相互作用中互换质子和中子，系统性质不会改变。类比于自旋，海森堡在 1932 年提出同位旋的概念加以解释。π 介子也有类似性质。

粒子	质子 p	中子 n	π^+ 介子	π^0 介子	π^- 介子
质量 (MeV)	938.27	939.57	139.57	134.98	139.57
电荷 Q	$+1$	0	$+1$	0	-1

W. Heisenberg (1901-1976)

同位旋 I 由 $\mathrm{SU}(2)$ 群描述，生成元记为 I^a；在 $\mathrm{SU}(2)$ 的 2 维和 3 维表示中，I^3 分别为 $\mathrm{diag}(1/2, -1/2)$ 和 $\mathrm{diag}(1, 0, -1)$，对角元是态的 I^3 本征值

质子和中子的同位旋为 $I = \dfrac{1}{2}$，构成二重态 $\begin{pmatrix} p \\ n \end{pmatrix}$，$I^3(p) = +\dfrac{1}{2}$，$I^3(n) = -\dfrac{1}{2}$

π 介子的同位旋为 $I = 1$，构成三重态 $\begin{pmatrix} \pi^+ \\ \pi^0 \\ \pi^- \end{pmatrix}$，$I^3(\pi^\pm) = \pm 1$，$I^3(\pi^0) = 0$

同位旋守恒

⚓ **强作用同位旋 SU(2) 对称性**引起**同位旋 I 和同位旋第三分量 I^3 的守恒**

👉 在强相互作用过程中，初态与末态的 (I, I^3) 相同：$\Delta I = \Delta I^3 = 0$

✨ 对于 π **介子与核子散射**，电荷守恒定律允许下列过程存在

弹性散射	截面	弹性散射	截面	弹性散射	截面	准弹性散射	截面
$\pi^+ p \to \pi^+ p$	σ_1	$\pi^0 p \to \pi^0 p$	σ_3	$\pi^- p \to \pi^- p$	σ_5	$\pi^+ n \leftrightarrow \pi^0 p$	σ_7
$\pi^+ n \to \pi^+ n$	σ_2	$\pi^0 n \to \pi^0 n$	σ_4	$\pi^- n \to \pi^- n$	σ_6	$\pi^- p \leftrightarrow \pi^0 n$	σ_8

🌙 在同位旋 SU(2) 空间绕第 2 轴转 $180°$，即

$$p \leftrightarrow n, \quad \pi^+ \leftrightarrow \pi^-, \quad \pi^0 \leftrightarrow \pi^0,$$

得到的强相互作用散射截面应该不变，故

$$\sigma_1 = \sigma_6, \quad \sigma_2 = \sigma_5, \quad \sigma_3 = \sigma_4, \quad \sigma_7 = \sigma_8$$

☀️ 这在实验中得到证实

同位旋破坏

🔪 **强相互作用同位旋对称性破坏**

⛅ 在强相互作用中，**同位旋量子数严格守恒**，但同位旋对称性不是严格的

☁ 由于同个多重态中不同分量具有**微小质量差**，各分量在运动学上有微小差异，导致同位旋对称性引起的截面关系式存在微小破坏

同位旋破坏

强相互作用同位旋对称性破坏

在强相互作用中，**同位旋量子数严格守恒**，但同位旋对称性不是严格的

由于同个多重态中不同分量具有**微小质量差**，各分量在运动学上有微小差异，导致同位旋对称性引起的截面关系式存在微小破坏

电磁相互作用同位旋破坏

同个同位旋多重态中各分量带有**不同电荷**，导致电磁相互作用性质不同

在电磁相互作用中同位旋不守恒

比如，$\pi^0 \to \gamma\gamma$ 电磁衰变就不满足同位旋守恒（光子同位旋为 0）

不过，电磁相互作用过程中同位旋的改变比较有限：

$$\Delta I = 0 \text{ 或 } \pm 1,\ \Delta I^3 = 0\ (I^3 \text{ 仍然是守恒的})$$

同位旋破坏

强相互作用同位旋对称性破坏

在强相互作用中，**同位旋量子数严格守恒**，但同位旋对称性不是严格的

由于同个多重态中不同分量具有**微小质量差**，各分量在运动学上有微小差异，导致同位旋对称性引起的截面关系式存在微小破坏

电磁相互作用同位旋破坏

同个同位旋多重态中各分量带有**不同电荷**，导致电磁相互作用性质不同

在电磁相互作用中同位旋不守恒

比如，$\pi^0 \to \gamma\gamma$ 电磁衰变就不满足同位旋守恒（光子同位旋为 0）

不过，电磁相互作用过程中同位旋的改变比较有限：

$$\Delta I = 0 \text{ 或 } \pm 1\text{，}\Delta I^3 = 0\text{（}I^3\text{ 仍然是守恒的）}$$

弱相互作用同位旋破坏

在弱相互作用中，**I 和 I^3 都不守恒**

不过，大量实验结果表明，大多数弱作用过程满足 $|\Delta I| \le 1$

奇异数

🚗 1947 年，宇宙线实验观测到由两种中性粒子引起的 V 型事例，它们是后来称为 K^0 介子和 Λ^0 重子的**奇异粒子**

🌳 50 年代，加速器上产生大量奇异粒子，才得以系统研究，它们具有以下两个特征

🍆 **奇异粒子在强相互作用中成对产生，再分别衰变为非奇异粒子**

例如：$\pi^- p \to \pi^0 K^+ \Sigma^-$，$K^+ \to \mu^+ \nu_\mu$，$\Sigma^- \to n\pi^-$

$pp \to pK^+\Lambda^0$，$K^+ \to \pi^+\pi^0$，$\Lambda^0 \to n\pi^0$

🌶️ **奇异粒子以强相互作用典型时间 $t \sim 10^{-23}$ s 快速产生，再以弱相互作用典型时间 $\tau \sim 10^{-8} - 10^{-10}$ s 缓慢衰变**

例如：$K^\pm$ 寿命为 $\tau_{K^\pm} = 1.2 \times 10^{-8}$ s，Λ^0 寿命为 $\tau_{\Lambda^0} = 2.6 \times 10^{-10}$ s

奇异数

🚗 1947 年，宇宙线实验观测到由两种中性粒子引起的 V 型事例，它们是后来称为 K^0 介子和 Λ^0 重子的**奇异粒子**

🌳 50 年代，加速器上产生大量奇异粒子，才得以系统研究，它们具有以下两个特征

🍆 **奇异粒子在强相互作用中成对产生，再分别衰变为非奇异粒子**

例如：$\pi^- p \to \pi^0 K^+ \Sigma^-$，$K^+ \to \mu^+ \nu_\mu$，$\Sigma^- \to n\pi^-$

$pp \to pK^+\Lambda^0$，$K^+ \to \pi^+\pi^0$，$\Lambda^0 \to n\pi^0$

🌶️ **奇异粒子以强相互作用典型时间 $t \sim 10^{-23}$ s 快速产生，再以弱相互作用典型时间 $\tau \sim 10^{-8} - 10^{-10}$ s 缓慢衰变**

例如：$K^\pm$ 寿命为 $\tau_{K^\pm} = 1.2 \times 10^{-8}$ s，Λ^0 寿命为 $\tau_{\Lambda^0} = 2.6 \times 10^{-10}$ s

🥝 有些奇异粒子成对产生过程，如 $nn \to \Lambda^0\Lambda^0$，虽然阈能很低，却始终没有在实验中发现。这促使西岛和彦在 1953 年提出**奇异数 S** 的概念，指定 K^+ 和 K^0 的奇异数为 $+1$，K^-、Σ^- 和 Λ^0 的奇异数为 -1。**强相互作用中奇异数守恒**，故 $nn \to \Lambda^0\Lambda^0$ 这个过程被严格禁戒。**弱相互作用中奇异数不守恒**，因而奇异粒子可以缓慢衰变成非奇异粒子。

夸克

🥕 建立夸克模型之后，**奇异数** $\mathcal{S}$ 得到了合理的解释：奇异数是由**奇夸克**导致的，正奇夸克 s 的奇异数为 -1，反奇夸克 $\bar{s}$ 的奇异数为 $+1$

🚙 同理可定义**粲数** $\mathcal{C}$、**底数** $\mathcal{B}$ 和**顶数** $\mathcal{T}$；这些相加性量子数各自对应于一种 $\mathrm{U}(1)$ 整体对称性，**在强和电磁相互作用中守恒**，**在弱相互作用中不守恒**

夸克	I	I^3	$\mathcal{S}$	$\mathcal{C}$	$\mathcal{B}$	$\mathcal{T}$	B	Q	质量 (GeV)	
d	$1/2$	$-1/2$	0	0	0	0	$+1/3$	$-1/3$	~ 0.3	组分质量
u	$1/2$	$+1/2$	0	0	0	0	$+1/3$	$+2/3$	~ 0.3	
s	0	0	-1	0	0	0	$+1/3$	$-1/3$	~ 0.5	
c	0	0	0	$+1$	0	0	$+1/3$	$+2/3$	~ 1.6	
b	0	0	0	0	-1	0	$+1/3$	$-1/3$	~ 4.6	
t	0	0	0	0	0	$+1$	$+1/3$	$+2/3$	173 (极点质量)	

🍅 B 是**重子数**，介子的重子数为 0，重子的重子数为 ± 1

🥗 强子相加性量子数是价夸克相加性量子数之和，满足**盖尔曼–西岛关系**

$$\text{电荷}\ Q = I^3 + \frac{1}{2}(B + \mathcal{S} + \mathcal{C} + \mathcal{B} + \mathcal{T})$$

轻子数

- 电子、μ 子、τ 子及相应中微子统称为**轻子**，它们不参与强相互作用
- 1962 年，Lederman、Schwartz 和 Steinberger 在中微子束流实验中发现，中微子具有不同味道，存在 μ 子型中微子 ν_μ，它与电子型中微子 ν_e 不同。他们在中微子与原子核 N 的散射中**探测到反应** $\nu_\mu + N \to \mu^- + X$（$X$ 代表不包含带电轻子的其它所有粒子），但**没有探测到反应** $\nu_\mu + N \to e^- + X$。
- 这表明不同代轻子在反应过程中不会混合

轻子数

- 电子、μ 子、τ 子及相应中微子统称为**轻子**，它们不参与强相互作用

- 1962 年，Lederman、Schwartz 和 Steinberger 在中微子束流实验中发现，中微子具有不同味道，存在 μ 子型中微子 ν_μ，它与电子型中微子 ν_e 不同。他们在中微子与原子核 N 的散射中**探测到反应** $\nu_\mu + N \to \mu^- + X$（$X$ 代表不包含带电轻子的其它所有粒子），但**没有探测到反应** $\nu_\mu + N \to e^- + X$。

- 这表明不同代轻子在反应过程中不会混合，按下表方式指定三种**轻子数** L_e、L_μ 和 L_τ，则它们**在电磁和弱相互作用中守恒**

轻子	L_e	L_μ	L_τ	Q	质量	寿命
e^-	$+1$	0	0	-1	0.511 MeV	稳定
μ^-	0	$+1$	0	-1	105.7 MeV	2.2×10^{-6} s
τ^-	0	0	$+1$	-1	1.777 GeV	2.9×10^{-13} s
ν_e	$+1$	0	0	0	< 1 eV	稳定
ν_μ	0	$+1$	0	0	< 1 eV	稳定
ν_τ	0	0	$+1$	0	< 1 eV	稳定

轻子数守恒允许

$$n \to pe^-\bar{\nu}_e$$
$$\mu^- \to e^-\bar{\nu}_e\nu_\mu$$
$$\tau^- \to \mu^-\bar{\nu}_\mu\nu_\tau$$
$$\pi^- \to \mu^-\bar{\nu}_\mu$$

轻子数守恒禁戒

$$e^-e^- \not\leftrightarrow \pi^-\pi^-$$
$$\mu^- \not\to e^-\gamma$$
$$\pi^- \not\to \mu^-\bar{\nu}_e$$

全同粒子交换对称性

- 对于含有全同粒子的系统，把交换全同粒子 i 和 j 的分立变换记作 $\hat{P}_{ij}$
- 根据量子力学**全同性原理**，交换全同粒子不会改变系统状态，运动规律对于全同粒子不可分辨 👉 $[\hat{P}_{ij}, \hat{H}] = 0$，即 $\hat{P}_{ij}$ 是系统的守恒量
- 由 $\hat{P}_{ij}^2 = 1$ 得 $|j, i\rangle = \hat{P}_{ij} |i, j\rangle = \pm |i, j\rangle$，即 $\hat{P}_{ij}$ 的本征值只能取 $P_{ij} = \pm 1$
  - $P_{ij} = +1$：波函数对于交换 i 和 j 是**对称**的，相应全同粒子是**玻色子**
  - $P_{ij} = -1$：波函数对于交换 i 和 j 是**反对称**的，相应全同粒子是**费米子**
- **全同粒子交换对称性对所有相互作用成立，$\hat{P}_{ij}$ 是相乘性严格守恒量**

全同粒子交换对称性

对于含有全同粒子的系统，把交换全同粒子 i 和 j 的分立变换记作 $\hat{P}_{ij}$

根据量子力学**全同性原理**，交换全同粒子不会改变系统状态，运动规律对于全同粒子不可分辨 $[\hat{P}_{ij}, \hat{H}] = 0$，即 $\hat{P}_{ij}$ 是系统的守恒量

由 $\hat{P}_{ij}^2 = 1$ 得 $|j,i\rangle = \hat{P}_{ij}|i,j\rangle = \pm|i,j\rangle$，即 $\hat{P}_{ij}$ 的本征值只能取 $P_{ij} = \pm 1$

- $P_{ij} = +1$：波函数对于交换 i 和 j 是**对称**的，相应全同粒子是**玻色子**
- $P_{ij} = -1$：波函数对于交换 i 和 j 是**反对称**的，相应全同粒子是**费米子**

全同粒子交换对称性对所有相互作用成立，$\hat{P}_{ij}$ 是相乘性严格守恒量

对于**两个全同粒子构成的系统**，可以证明，波函数 $|i,j\rangle$ 满足

$$\hat{P}_{ij}|i,j\rangle = (-)^{L+S-2s}|i,j\rangle$$

s 为粒子的自旋，L 为系统的轨道角动量，S 为系统的总自旋；**玻色子**的自旋 s 为整数，有 $(-)^{2s} = +1$；**费米子**的自旋 s 为半奇数，有 $(-)^{2s} = -1$

因此 $L + S$ **必定为偶数**

C 宇称

🚑 **电荷共轭变换 (C 变换)** 是一个分立变换，将正粒子态与反粒子态互换

🥦 **纯中性粒子**在 C 变换下不变，是 C 变换本征态，相应本征值称为 **C 宇称**

🍙 **C 宇称在强和电磁作用中守恒，在弱作用中不守恒**

🍣 C 变换使电荷和电流反号，因而电磁场也要反号才符合麦克斯韦方程组

👉 电磁场的激发态**光子的 C 宇称为奇**，即 $C(\gamma) = -1$

C 宇称

🚑 **电荷共轭变换 (C 变换)** 是一个分立变换，将正粒子态与反粒子态互换

🥦 **纯中性粒子**在 C 变换下不变，是 C 变换本征态，相应本征值称为 **C 宇称**

🍙 **C 宇称在强和电磁作用中守恒，在弱作用中不守恒**

🍣 C 变换使电荷和电流反号，因而电磁场也要反号才符合麦克斯韦方程组

👉 电磁场的激发态**光子的 C 宇称为奇**，即 $C(\gamma) = -1$

🍥 如果一个多粒子系统各组分内部相加性守恒量之和均为零，且在 C 变换下不变，则称为**纯中性系统**，比如 $\gamma\gamma$ 系统、e^+e^- 系统和 $e^+e^-\gamma$ 系统

🍤 可以证明，一对正反粒子组成的纯中性系统的 C 宇称为 $C = (-)^{L+S}$，其中 L 为轨道角动量，S 为总自旋

🍦 在 π^0 电磁衰变过程 $\pi^0 \to \gamma\gamma$ 中，末态是由两个光子组成的纯中性系统，故 C 宇称为 $(-)^{L+S}$，另由全同粒子交换对称性可知该系统 $L + S$ 为偶数

👉 C 宇称在电磁作用中守恒意味着 π^0 **介子的 C 宇称为偶**，即 $C(\pi^0) = +1$

P 宇称

在 P 变换下，位置 $\hat{\mathbf{x}}$ 和动量 $\hat{\mathbf{p}}$ 反号，即 $\hat{P}^{-1}\hat{\mathbf{x}}\hat{P} = -\mathbf{x}$，$\hat{P}^{-1}\hat{\mathbf{p}}\hat{P} = -\mathbf{p}$

$\hat{P}^{-1}\hat{\mathbf{L}}\hat{P} = (\hat{P}^{-1}\hat{\mathbf{x}}\hat{P}) \times (\hat{P}^{-1}\hat{\mathbf{p}}\hat{P}) = \hat{\mathbf{L}}$ 👉 轨道角动量算符 $\hat{\mathbf{L}} \equiv \hat{\mathbf{x}} \times \hat{\mathbf{p}}$ 不变

也就是说，$[\hat{P}, \hat{\mathbf{L}}] = 0$，故 $\hat{\mathbf{L}}$ 和 $\hat{P}$ 具有共同的本征态，可以同时测量

轨道宇称：轨道角动量为 L 时轨道波函数由球谐函数 $|LM\rangle = Y_{LM}(\theta, \phi)$ 描述，可得 $\hat{P}\,|LM\rangle = (-)^L\,|LM\rangle$，故轨道宇称为 $P = (-)^L$

P 宇称

🚒 在 P 变换下，位置 $\hat{\mathbf{x}}$ 和动量 $\hat{\mathbf{p}}$ 反号，即 $\hat{P}^{-1}\hat{\mathbf{x}}\hat{P} = -\mathbf{x}$，$\hat{P}^{-1}\hat{\mathbf{p}}\hat{P} = -\mathbf{p}$

🥧 $\hat{P}^{-1}\hat{\mathbf{L}}\hat{P} = (\hat{P}^{-1}\hat{\mathbf{x}}\hat{P}) \times (\hat{P}^{-1}\hat{\mathbf{p}}\hat{P}) = \hat{\mathbf{L}}$ 👉 轨道角动量算符 $\hat{\mathbf{L}} \equiv \hat{\mathbf{x}} \times \hat{\mathbf{p}}$ 不变

🍪 也就是说，$[\hat{P}, \hat{\mathbf{L}}] = 0$，故 $\hat{\mathbf{L}}$ 和 $\hat{P}$ 具有共同的本征态，可以同时测量

🍭 **轨道宇称**：轨道角动量为 L 时轨道波函数由球谐函数 $|LM\rangle = Y_{LM}(\theta, \phi)$ 描述，可得 $\hat{P}\,|LM\rangle = (-)^L\,|LM\rangle$，故轨道宇称为 $P = (-)^L$

🍬 **内禀宇称**：粒子的内部波函数具有的宇称。**纯中性粒子具有绝对的内禀宇称**，其它粒子只有相对的内禀宇称，需要约定。实验测得如下绝对内禀宇称：

$$P(\gamma) = P(\pi^0) = P(\rho^0) = P(J/\psi) = -1$$

🍫 **总宇称**是轨道宇称和内禀宇称之积，**在强和电磁相互作用中守恒**

🌭 对于**一对正反粒子组成的纯中性系统**，可以证明，若它由**正反费米子对**组成，则宇称为 $P = (-)^{L+1}$；若它由**正反玻色子对**组成，则宇称为 $P = (-)^L$

🍟 扣除轨道宇称的贡献之后，可以看出，**正反费米子的内禀宇称符号相反**，而**正反玻色子的内禀宇称符号相同**

弱相互作用中宇称不守恒

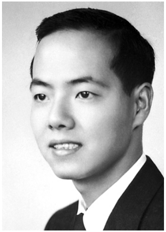
θ-τ **疑难**：1947 年，宇宙线实验观测到两个**弱衰变**粒子 τ^+ 和 θ^+，两者的质量几乎相同，但是衰变末态具有**不同的宇称**：$\theta^+ \to \pi^+\pi^0$（偶宇称）和 $\tau^+ \to \pi^+\pi^-\pi^+$（奇宇称）。当时普遍认为宇称是守恒的，因而 τ^+ 和 θ^+ 看起来不是同一种粒子，却又具有相同的质量。

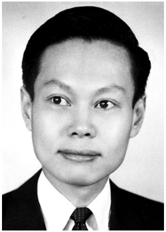
弱相互作用中宇称不守恒

θ-τ **疑难**：1947 年，宇宙线实验观测到两个弱衰变粒子 τ^+ 和 θ^+，两者的质量几乎相同，但是衰变末态具有不同的宇称：$\theta^+ \to \pi^+\pi^0$（偶宇称）和 $\tau^+ \to \pi^+\pi^-\pi^+$（奇宇称）。当时普遍认为宇称是守恒的，因而 τ^+ 和 θ^+ 看起来不是同一种粒子，却又具有相同的质量。

1956 年，李政道和杨振宁仔细分析各种实验，发现没有证据表明弱作用过程中宇称是守恒的，提出宇称只在弱相互作用中不守恒的观点

这样一来，τ^+ 和 θ^+ 被认作同一种粒子，后来称为 K^+ 介子


李政道 (1926-)


杨振宁 (1922-)

弱相互作用中宇称不守恒

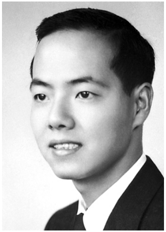
θ-τ **疑难**：1947 年，宇宙线实验观测到两个**弱衰变**粒子 τ^+ 和 θ^+，两者的质量几乎相同，但是衰变末态具有**不同的宇称**：$\theta^+ \to \pi^+\pi^0$（偶宇称）和 $\tau^+ \to \pi^+\pi^-\pi^+$（奇宇称）。当时普遍认为宇称是守恒的，因而 τ^+ 和 θ^+ 看起来不是同一种粒子，却又具有相同的质量。

1956 年，李政道和杨振宁仔细分析各种实验，发现没有证据表明弱作用过程中宇称是守恒的，提出**宇称只在弱相互作用中不守恒**的观点

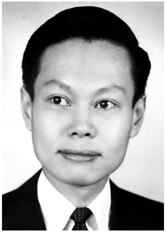
这样一来，τ^+ 和 θ^+ 被认作**同一种粒子**，后来称为 K^+ **介子**

随后，吴健雄在钴 60 衰变 $({}^{60}\mathrm{Co} \to {}^{60}\mathrm{Ni} + e^- + \bar{\nu}_e)$ 实验中发现电子优先选择反平行于原子核自旋方向出射，从而证实**弱作用没有空间反射对称性**

李政道和杨振宁因而获得 1957 年诺贝尔奖



李政道 (1926-)



杨振宁 (1922-)

吴健雄 (1912-1997)

CP 宇称

🚕 P 变换和 C 变换相继作用，就得到 CP **变换**

🍮 作为 P 变换和 C 变换的共同本征态，**纯中性粒子**和**纯中性系统**必定是 CP 变换的本征态，相应的本征值是 P 宇称与 C 宇称之积，称为 CP **宇称**

🧁 对于**一对正反粒子组成的纯中性系统**，CP 宇称为 $CP = (-)^{S-2s}$，与系统的轨道角动量无关，只由系统的总自旋 S 和粒子的自旋 s 决定

CP 宇称

P 变换和 C 变换相继作用，就得到 CP **变换**

作为 P 变换和 C 变换的共同本征态，**纯中性粒子**和**纯中性系统**必定是 CP 变换的本征态，相应的本征值是 P 宇称与 C 宇称之积，称为 CP **宇称**

对于**一对正反粒子组成的纯中性系统**，CP 宇称为 $CP = (-)^{S-2s}$，与系统的轨道角动量无关，只由系统的总自旋 S 和粒子的自旋 s 决定

CP **宇称在强和电磁相互作用中守恒**；虽然在弱相互作用中 P 宇称和 C 宇称都不守恒，但 CP **宇称在大多数弱作用过程中守恒**；有**一小部分弱作用过程存在 CP 破坏效应**，根源于三代夸克混合矩阵 (CKM 矩阵) 中的复相位

CP 变换将弱衰变过程 $K_L^0 \to \pi^- \mu^+ \nu_\mu$ 变换为 $K_L^0 \to \pi^+ \mu^- \bar{\nu}_\mu$

如果 CP 对称性在弱相互作用中**严格成立**，这两个过程应该具有**相同**的衰变分宽度，即 $\Gamma(K_L^0 \to \pi^- \mu^+ \nu_\mu) = \Gamma(K_L^0 \to \pi^+ \mu^- \bar{\nu}_\mu)$；然而实验测得

$$\frac{\Gamma(K_L^0 \to \pi^- \mu^+ \nu_\mu) - \Gamma(K_L^0 \to \pi^+ \mu^- \bar{\nu}_\mu)}{\Gamma(K_L^0 \to \pi^- \mu^+ \nu_\mu) + \Gamma(K_L^0 \to \pi^+ \mu^- \bar{\nu}_\mu)} = (0.64 \pm 0.08)\%$$

说明 K_L^0 介子衰变过程存在**千分之几的 CP 破坏效应**

小结

✈️ 能量 E、动量 p、角动量 J、角动量第三分量 J^3、电荷 Q、重子数 B、轻子数 $L_{e,\,\mu,\tau}$、同位旋 I、同位旋第三分量 I^3、奇异数 $\mathcal{S}$、粲数 $\mathcal{C}$、底数 $\mathcal{B}$ 和顶数 $\mathcal{T}$ 的守恒情况：

相加性守恒量	$E,\ p,\ J,\ J^3$	$Q,\ B,\ L_e,\ L_\mu,\ L_\tau$	I	I^3	$\mathcal{S},\ \mathcal{C},\ \mathcal{B},\ \mathcal{T}$
强相互作用	$\checkmark$	$\checkmark$	$\checkmark$	$\checkmark$	$\checkmark$
电磁相互作用	$\checkmark$	$\checkmark$	$\times$	$\checkmark$	$\checkmark$
弱相互作用	$\checkmark$	$\checkmark$	$\times$	$\times$	$\times$

🚁 全同粒子交换 P_{ij}、C 宇称、P 宇称和 CP 宇称的守恒情况：

相乘性守恒量	P_{ij}	C	P	CP
强相互作用	$\checkmark$	$\checkmark$	$\checkmark$	$\checkmark$
电磁相互作用	$\checkmark$	$\checkmark$	$\checkmark$	$\checkmark$
弱相互作用	$\checkmark$	$\times$	$\times$	$\checkmark_\times$

🥨 $\checkmark$ 表示守恒；$\times$ 表示不守恒；$\checkmark_\times$ 表示基本守恒，但少数过程有微小破坏