

# 宇宙线相关粒子物理知识

## 第二节 粒子物理标准模型

余钊焕

中山大学物理学院

<http://yzhxxzxy.github.io>



2019 年 LHAASO 暑期学校  
山东大学青岛校区  
8 月 18 日至 26 日



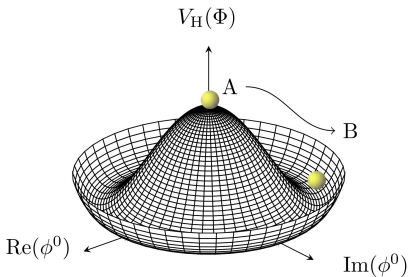
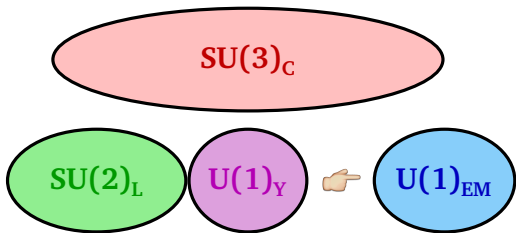
# 粒子物理标准模型

💡 粒子物理**标准模型**是一个  $SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y$  规范理论

✎ 模型中有三代费米子，每一代包含一种上型夸克、一种下型夸克、一种带电轻子和一种中微子，规范玻色子传递费米子间相互作用

🟡  $SU(3)_C$  部分描述**强相互作用**，称为**量子色动力学**，规范玻色子是**胶子**

🟡  $SU(2)_L \times U(1)_Y$  部分统一描述夸克和轻子的电磁和弱相互作用，称为**电弱统一理论**；理论中有一个希格斯二重态，引起规范群的**自发对称性破缺**，使  $SU(2)_L \times U(1)_Y$  群破缺为  $U(1)_{EM}$  群



# 质量起源

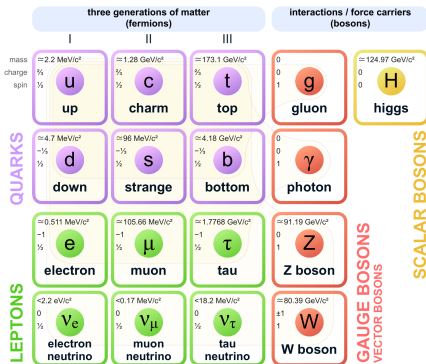
☀️ 破缺前，理论中存在 4 个无质量的规范玻色子和 4 个希格斯自由度；左手费米子和右手费米子都没有质量，具有不同量子数

☁️ 破缺后，3 个规范玻色子与 3 个希格斯自由度结合，从而获得质量，成为  $W^\pm$  和  $Z^0$  玻色子，传递弱相互作用；剩下的 1 个无质量规范玻色子是光子，即是  $U(1)_{EM}$  群的规范玻色子，传递电磁相互作用；与希格斯二重态的汤川耦合导致左手费米子和右手费米子获得质量，组合成狄拉克费米子


✎ 在标准模型中，中微子没有右手分量，因而没有获得质量

✎ 1998 年实验发现中微子振荡，证明中微子具有质量，因此需要扩充标准模型才能正确描述中微子物理

## Standard Model of Elementary Particles




# 同位旋


 实验表明，质子和中子**质量相近，强相互作用性质相似**；在强相互作用中互换质子和中子，系统性质不会改变； $\pi$  介子也有类似性质

粒子	质子 $p$	中子 $n$	$\pi^+$ 介子	$\pi^0$ 介子	$\pi^-$ 介子
质量 (MeV)	938.27	939.57	139.57	134.98	139.57
电荷 $Q$	+1	0	+1	0	-1



W. Heisenberg  
(1901-1976)

 类比于**自旋**，海森堡在 1932 年提出**同位旋**的概念

 **同位旋  $I$**  由  $SU(2)$  群描述，生成元记为  $I^a$ ， $a = 1, 2, 3$

质子和中子的同位旋为  $I = \frac{1}{2}$ ，构成**二重态**  $\begin{pmatrix} p \\ n \end{pmatrix}$ ， $I^3(p) = +\frac{1}{2}$ ， $I^3(n) = -\frac{1}{2}$

$\pi$  介子的同位旋为  $I = 1$ ，构成**三重态**  $\begin{pmatrix} \pi^+ \\ \pi^0 \\ \pi^- \end{pmatrix}$ ， $I^3(\pi^\pm) = \pm 1$ ， $I^3(\pi^0) = 0$

# 同位旋守恒

💡 在强相互作用中，**同位旋守恒**，初态与末态的  $(I, I^3)$  相同， $\Delta I = \Delta I^3 = 0$

🖋️ 对于  $\pi$  介子与核子的弹性散射，电荷守恒定律允许存在以下过程

弹性散射	截面	弹性散射	截面	弹性散射	截面	准弹性散射	截面
$\pi^+ p \rightarrow \pi^+ p$	$\sigma_1$	$\pi^0 p \rightarrow \pi^0 p$	$\sigma_3$	$\pi^- p \rightarrow \pi^- p$	$\sigma_5$	$\pi^+ n \leftrightarrow \pi^0 p$	$\sigma_7$
$\pi^+ n \rightarrow \pi^+ n$	$\sigma_2$	$\pi^0 n \rightarrow \pi^0 n$	$\sigma_4$	$\pi^- n \rightarrow \pi^- n$	$\sigma_6$	$\pi^- p \leftrightarrow \pi^0 n$	$\sigma_8$

☀️ 强相互作用具有同位旋 SU(2) 不变性，在同位旋空间绕第 2 个轴转  $180^\circ$ ，使得  $p \leftrightarrow n$ ， $\pi^+ \leftrightarrow \pi^-$ ， $\pi^0 \leftrightarrow \pi^0$ ，得到的散射截面不变：

$$\sigma_1 = \sigma_6, \quad \sigma_2 = \sigma_5, \quad \sigma_3 = \sigma_4, \quad \sigma_7 = \sigma_8$$

🌙 同位旋多重态各分量的质量有微小差异 🖱️ 上述截面关系略有破坏

✨ 在**电磁和弱相互作用**中，**同位旋不守恒**

# 夸克

💡 强子的同位旋对称性源自  $u$  夸克和  $d$  夸克的同位旋对称性

✎ 迄今发现 6 种味道不同的夸克 ( $d, u, s, c, b, t$ ), 量子数和质量列于下表

夸克	$I$	$I^3$	$S$	$C$	$B$	$T$	$B$	$Q$	质量 (GeV)	组分 质量
$d$	1/2	-1/2	0	0	0	0	+1/3	-1/3	~ 0.3	
$u$	1/2	+1/2	0	0	0	0	+1/3	+2/3	~ 0.3	
$s$	0	0	-1	0	0	0	+1/3	-1/3	~ 0.5	
$c$	0	0	0	+1	0	0	+1/3	+2/3	~ 1.6	
$b$	0	0	0	0	-1	0	+1/3	-1/3	~ 4.6	
$t$	0	0	0	0	0	+1	+1/3	+2/3	173 (极点质量)	

🟡  $S$  是奇异数,  $C$  是粲数,  $B$  是底数,  $T$  是顶数, 它们都在强和电磁相互作用中守恒, 在弱相互作用中不守恒

🟡  $B$  是重子数, 介子的重子数为 0, 重子的重子数为  $\pm 1$ , 重子数守恒

🟡 强子的相加性量子数是价夸克相应量子数之和, 满足盖尔曼-西岛关系

$$\text{电荷 } Q = I^3 + Y/2, \text{ 其中超荷 } Y = B + S + C + B + T$$

# 夸克模型

☀ 1964 年，盖尔曼和茨威格分别提出**夸克模型**，当时认为存在 3 种**味道**的夸克， $u$ 、 $d$  和  $s$ ，属于  $SU(3)_F$  群的基础表示，强子具有  $SU(3)_F$  **味对称性**

● 介子由一对正反夸克组成，构成**单态**和**八重态**

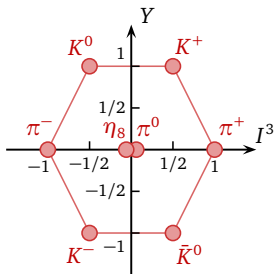
● 重子由三个夸克组成，构成**八重态**和**十重态**

✎  $u$  和  $d$  的味对称性就是  $SU(2)$  **同位旋**对称性， $SU(3)_F$  味对称性是它的进一步推广。根据**群表示论**， $J^P = 0^-$  的赝标量介子是  $SU(3)_F$  八重态，成分为

$$\pi^+ = u\bar{d}, \quad \pi^0 = \frac{1}{2}(u\bar{u} - d\bar{d}), \quad \pi^- = d\bar{u}, \quad \eta_8 = \frac{1}{6}(u\bar{u} + d\bar{d} - 2s\bar{s}),$$

$$K^+ = u\bar{s}, \quad K^0 = d\bar{s}, \quad \bar{K}^0 = s\bar{d}, \quad K^- = s\bar{u}$$

✨ 由于  $s$  夸克的质量大于  $u$  和  $d$  夸克的质量， $SU(3)_F$  味对称性不是严格成立的，同个多重态中的粒子存在不小的**质量差异**



$SU(3)_F$  八重态的权图





## 颜色自由度

✎ 从实验上确立的强子态基本都可以用一个正夸克加一个反夸克（介子）、三个正夸克（正重子）和三个反夸克（反重子）组成的体系来描述

❓ 为什么两个正夸克或四个正夸克构成的强子态不存在呢？

❗ **颜色自由度**的引入解决了这个问题

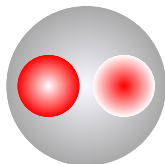
● 夸克具有  $SU(3)_C$  **色对称性**，每味夸克具有 3 种颜色，构成  $SU(3)_C$  群的基础表示，可记为

$$q^i \quad (i = 1, 2, 3; q = d, u, s, c, b, t)$$

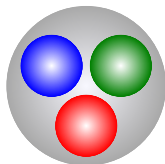
● 强子都是**色单态**；介子中两个夸克的颜色必须相反，以组成色单态；重子中三个夸克的颜色各不相同，组成全反对称的色单态

● 两个正夸克或四个正夸克不能组成色单态，因而不构成强子态

● 用  $SU(3)_C$  色对称性构建规范理论，得到**量子色动力学**



介子



重子

# 量子色动力学

☀ **量子色动力学** (Quantum Chromodynamics) 简称 **QCD**, 是  $SU(3)_c$  **非阿贝尔规范理论**, 规范场记作  $G_\mu^a$ , 规范玻色子为 8 种胶子

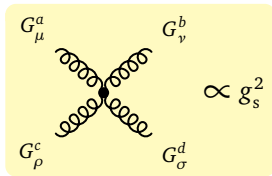
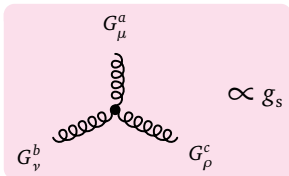
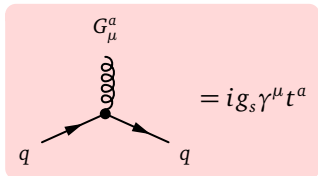
🖋 QCD 的拉氏量为

$$\mathcal{L}_{\text{QCD}} = \sum_q \bar{q}(i\gamma^\mu D_\mu - m_q)q - \frac{1}{4}G_{\mu\nu}^a G^{a,\mu\nu}, \quad q = d, u, s, c, b, t, \quad a = 1, \dots, 8$$

🌑 协变导数  $D_\mu = \partial_\mu - ig_s G_\mu^a t^a$ , 场强张量  $G_{\mu\nu}^a = \partial_\mu G_\nu^a - \partial_\nu G_\mu^a + g_s f^{abc} G_\mu^b G_\nu^c$

🌑  $g_s$  是**强耦合常数**,  $t^a$  是  $SU(3)$  基础表示生成元,  $f^{abc}$  是结构常数

🌑 QCD 耦合包括**夸克强相互作用顶点**和**胶子自相互作用顶点**



# 渐近自由和夸克禁闭

☀ 受高阶量子修正的影响，耦合常数不完全是“常数”，而是会“跑动”的，即数值依赖于能标  $Q$

🌙 在量子电动力学中，电磁耦合常数  $\alpha = e^2/(4\pi)$  随能标升高而增大

☀ 然而，QCD 的情况相反，强耦合常数  $\alpha_s = g_s^2/(4\pi)$  随能标升高而减小

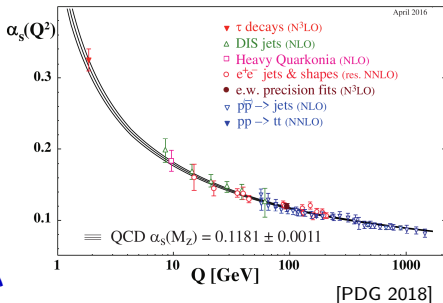
💡 由于高能标意味着短距离，这个特性被称为 **QCD 的渐近自由**

🖋 随着能标下降， $\alpha_s$  越来越大，夸克间相互作用变得越来越强

👉 夸克在低能区被强相互作用紧紧束缚在强子中，这个现象称为 **夸克禁闭**

💡 实验上从来没有发现自由夸克和自由胶子的存在，也没有发现色多重态

✨ 由于质量太大，**顶夸克**会在禁闭之前先衰变，因而不会被束缚在强子中



# 轻子

💡 电子、 $\mu$  子、 $\tau$  子及相应中微子统称为**轻子**，它们**不参与强相互作用**

🖋️ 1962 年，L. Lederman、M. Schwartz 和 J. Steinberger 在中微子束流实验中发现，能够在中微子与原子核  $N$  的散射中**探测到反应**  $\nu + N \rightarrow \mu^- + X$  ( $X$  代表不包含带电轻子的其它所有粒子)，但**没有探测到反应**  $\nu + N \rightarrow e^- + X$

👉 中微子具有不同**味道**，存在  $\mu$  子型中微子  $\nu_\mu$ ，与电子型中微子  $\nu_e$  不同

👉 不同代轻子在反应过程中不会混合起来，以下表方式指定三种**轻子数**  $L_e$ 、 $L_\mu$  和  $L_\tau$ ，则它们分别在**电磁和弱相互作用中守恒**

轻子	$L_e$	$L_\mu$	$L_\tau$	$Q$	质量	寿命
$e^-$	+1	0	0	-1	0.511 MeV	稳定
$\mu^-$	0	+1	0	-1	105.7 MeV	$2.2 \times 10^{-6}$ s
$\tau^-$	0	0	+1	-1	1.777 GeV	$2.9 \times 10^{-13}$ s
$\nu_e$	+1	0	0	0		稳定
$\nu_\mu$	0	+1	0	0	$\sum_{i=1}^3 m_{\nu_i} \lesssim 0.2$ eV	稳定
$\nu_\tau$	0	0	+1	0		稳定

## 轻子数守恒允许

$$n \rightarrow p e^- \bar{\nu}_e$$

$$\mu^- \rightarrow e^- \bar{\nu}_e \nu_\mu$$

$$\tau^- \rightarrow \mu^- \bar{\nu}_\mu \nu_\tau$$

$$\pi^- \rightarrow \mu^- \bar{\nu}_\mu$$

## 轻子数守恒禁戒

$$e^- e^- \leftrightarrow \pi^- \pi^-$$

$$\mu^- \leftrightarrow e^- \gamma$$

$$\pi^- \leftrightarrow \mu^- \bar{\nu}_e$$

# 电弱统一理论

☀ 电弱统一理论是  $SU(2)_L \times U(1)_Y$  规范理论

●  $SU(2)_L$  的生成元称为**弱同位旋**  $T^a$ ， $U(1)_Y$  的生成元称为**弱超荷**  $Y$


● **电荷**  $Q = T^3 + Y$ ，类似于盖尔曼-西岛关系

● 左手费米子场构成  $SU(2)_L$  **二重态**，右手费米子场则是  $SU(2)_L$  **单态**


统一记号	第 1 代	第 2 代	第 3 代	$T^3$	$Y$	$Q$
$L_{iL} = \begin{pmatrix} \nu_{iL} \\ \ell_{iL} \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} \nu_{eL} \\ e_L \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} \nu_{\mu L} \\ \mu_L \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} \nu_{\tau L} \\ \tau_L \end{pmatrix}$	1/2 -1/2	-1/2 -1/2	0 -1
$Q_{iL} = \begin{pmatrix} u_{iL} \\ d'_{iL} \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} u_L \\ d'_L \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} c_L \\ s'_L \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} t_L \\ b'_L \end{pmatrix}$	1/2 -1/2	1/6 1/6	2/3 -1/3
$\ell_{iR}$	$e_R$	$\mu_R$	$\tau_R$	0	-1	-1
$u_{iR}$	$u_R$	$c_R$	$t_R$	0	2/3	2/3
$d'_{iR}$	$d'_R$	$s'_R$	$b'_R$	0	-1/3	-1/3


● 规范本征态  $d'_i$  通过 **CKM 矩阵**  $V_{ij}$  与**质量本征态**  $d_i$  联系起来： $d'_i = V_{ij}d_j$



## 费米子的电弱规范不变拉氏量

 三代费米子的电弱规范不变拉氏量为


$$\mathcal{L}_{\text{EWF}} = \bar{L}_{iL} i\gamma^\mu D_\mu L_{iL} + \bar{Q}_{iL} i\gamma^\mu D_\mu Q_{iL} + \bar{\ell}_{iR} i\gamma^\mu D_\mu \ell_{iR} + \bar{u}_{iR} i\gamma^\mu D_\mu u_{iR} + \bar{d}'_{iR} i\gamma^\mu D_\mu d'_{iR}$$


 SU(2)<sub>L</sub> 二重态  $Q_{iL}$  和  $L_{iL}$  的协变导数为  $D_\mu = \partial_\mu - igW_\mu^a T^a - ig'YB_\mu$ ，其中  $T^a = \sigma^a/2$ ；SU(2)<sub>L</sub> 单态  $\ell_{iR}$ 、 $u_{iR}$  和  $d'_{iR}$  的协变导数为  $D_\mu = \partial_\mu - ig'YB_\mu$


 这里**没有质量项**：质量项耦合左右手费米子场，从而破坏规范对称性

 规范场  $W_\mu^a$  ( $a = 1, 2, 3$ ) 和  $B_\mu$  跟**左手**费米子的耦合与**右手**费米子**不同**，而电磁场却**相同**  为了得到电磁相互作用，需要把  $W_\mu^3$  和  $B_\mu$  **混合**起来


$$\begin{pmatrix} A_\mu \\ Z_\mu \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_W & s_W \\ -s_W & c_W \end{pmatrix} \begin{pmatrix} B_\mu \\ W_\mu^3 \end{pmatrix}, \quad s_W \equiv \sin \theta_W = \frac{g'}{\sqrt{g^2 + g'^2}}, \quad c_W \equiv \sqrt{1 - s_W^2}$$

 转动角  $\theta_W$  称为**温伯格角**

  $A_\mu$  对应于**光子**，传递电磁相互作用，**电磁耦合常数**  $e = g s_W = g' c_W$

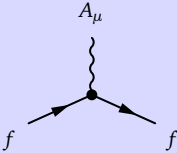
  $Z_\mu$  和  $W_\mu^\pm \equiv (W_\mu^1 \mp iW_\mu^2)/\sqrt{2}$  对应于  $Z^0$  和  $W^\pm$  **玻色子**，传递弱相互作用

# 费米子的电弱规范相互作用

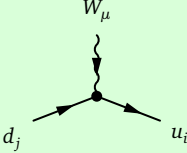
 费米子电弱规范相互作用拉氏量  $\mathcal{L}_{\text{EWF}} \supset eA_\mu J_{\text{EM}}^\mu + gZ_\mu J_Z^\mu + g(W_\mu^+ J_W^{+,\mu} + \text{h.c.})$

电磁流  $J_{\text{EM}}^\mu \equiv \sum_f Q_f \bar{f} \gamma^\mu f$ , 弱带电流  $J_W^{+,\mu} \equiv \frac{1}{\sqrt{2}} (\bar{u}_{iL} \gamma^\mu V_{ij} d_{jL} + \bar{\nu}_{iL} \gamma^\mu \ell_{iL})$

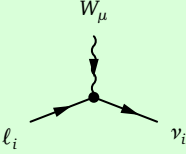
弱中性流  $J_Z^\mu \equiv \frac{1}{2c_W} \sum_f \bar{f} \gamma^\mu (g_V^f - g_A^f \gamma_5) f$ ,  $g_V^f \equiv T_f^3 - 2Q_f s_W^2$ ,  $g_A^f \equiv T_f^3$



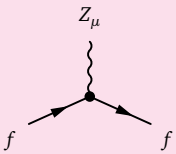
$$= iQ_f e \gamma^\mu$$



$$= i \frac{g}{\sqrt{2}} V_{ij} \gamma^\mu P_L$$




$$= i \frac{g}{\sqrt{2}} \gamma^\mu P_L$$




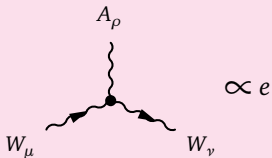
$$= i \frac{g}{2c_W} \gamma^\mu (g_V^f - g_A^f \gamma_5)$$

# 电弱规范玻色子的自相互作用

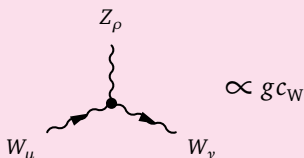
 电弱规范场自身的规范不变拉氏量为

$$\mathcal{L}_{\text{EWG}} = -\frac{1}{4}W_{\mu\nu}^a W^{a,\mu\nu} - \frac{1}{4}B_{\mu\nu}B^{\mu\nu}$$

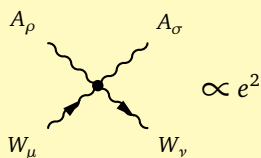
 场强张量  $W_{\mu\nu}^a \equiv \partial_\mu W_\nu^a - \partial_\nu W_\mu^a + g\epsilon^{abc}W_\mu^b W_\nu^c$ ,  $B_{\mu\nu} \equiv \partial_\mu B_\nu - \partial_\nu B_\mu$



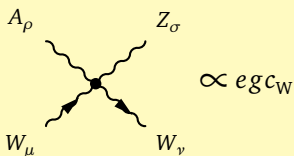
$$\propto e$$



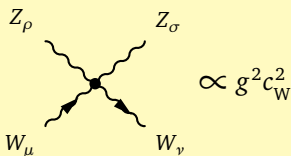
$$\propto g c_W$$



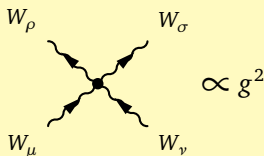
$$\propto e^2$$



$$\propto e g c_W$$



$$\propto g^2 c_W^2$$



$$\propto g^2$$



# 布劳特—恩格勒—希格斯机制

！夸克、带电轻子、 $Z^0$  和  $W^\pm$  都具有质量，但上述  $SU(2)_L \times U(1)_Y$  规范理论的拉氏量**还没有任何质量项**

😊 规范对称性使规范理论具有非常良好的性质，特别是**可重整性**

😞 在规范理论中直接放入**规范场的质量项**，会破坏规范对称性

😞 直接引入**费米子场的质量项**会破坏  $SU(2)_L \times U(1)_Y$  规范对称性

💡 为了在保证可重整性的同时提供规范玻色子和费米子的质量，需要引入**布劳特—恩格勒—希格斯 (BEH) 机制**，使  $SU(2)_L \times U(1)_Y$  对称性自发破缺


✎ 引进**希格斯标量场**  $\Phi = \begin{pmatrix} \phi^+ \\ \phi^0 \end{pmatrix}$ ， $\phi^+$  和  $\phi^0$  都是复标量场； $\Phi$  是  $SU(2)_L$  二重态，具有弱超荷  $Y = 1/2$ ，电弱规范不变的拉氏量为


$$\mathcal{L}_H = (D^\mu \Phi)^\dagger (D_\mu \Phi) - V_H(\Phi), \quad V_H(\Phi) = -\mu^2 \Phi^\dagger \Phi + \lambda (\Phi^\dagger \Phi)^2$$


🟡 协变导数为  $D_\mu = \partial_\mu - igW_\mu^a T^a - ig'YB_\mu$ ， $T^a = \sigma^a/2$


🟡  $V_H(\Phi)$  是希格斯标量场的**势能项**，依赖于  $\Phi^\dagger \Phi = |\phi^+|^2 + |\phi^0|^2$

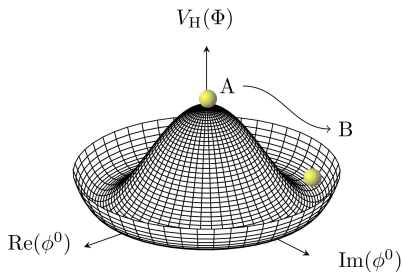
## 自发对称性破缺


 希格斯场势能的行为由二次项系数  $\mu^2$  和四次项系数  $\lambda$  决定；假设  $\lambda > 0$

 若  $\mu^2 < 0$ ，势能项  $V_H(\Phi)$  的最小值对应  $\Phi^\dagger\Phi = 0$ ；希格斯场真空期待值为  $\langle\Phi\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ ，它在电弱规范变换下不变，故规范对称性未受到破坏

 若  $\mu^2 > 0$ ， $\Phi^\dagger\Phi = 0$  处变成  $V_H(\Phi)$  的极大值，而最小值位于  $\Phi^\dagger\Phi = v^2/2$  对应的 3 维球面上，其中  $v = \sqrt{\mu^2/\lambda}$

 若压缩掉  $\phi^+$  的实部和虚部两个维度，则  $V_H(\Phi)$  在  $\phi^0$  的实部和虚部坐标上呈现右图所示墨西哥草帽状的形式；希格斯场的真空期待值位于上述 3 维球面上的某一点，不失一般性，可取为  $\langle\Phi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v \end{pmatrix}$





 电弱规范变换会改变这个期待值，故真空态不满足电弱规范对称性；这种拉氏量满足对称性、真空态却不满足的现象称为对称性自发破缺


# 希格斯玻色子

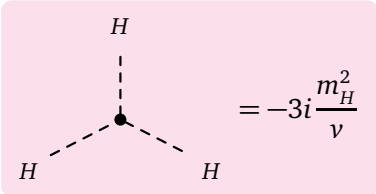
 以上述真空期待值  $\langle \Phi \rangle$  为基础，考虑沿  $\phi^0$  实轴扰动的实标量场  $H(x)$

$$\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v + H(x) \end{pmatrix}, \quad \Phi^\dagger \Phi \rightarrow \frac{1}{2}(v + H)^2$$

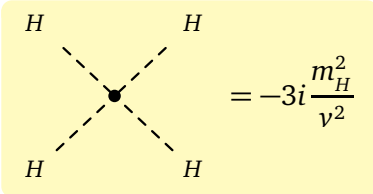
 这种参数化方法称为**么正规化**，其它规范可由  $SU(2)_L$  规范变换得到

 
$$-V_H(\Phi) = \frac{1}{2}\mu^2(v + H)^2 - \frac{1}{4}\lambda(v + H)^4 = \frac{1}{4}\mu^2 v^2 - \frac{1}{2}m_H^2 H^2 - \frac{m_H^2}{2v} H^3 - \frac{m_H^2}{8v^2} H^4$$

  $m_H \equiv \sqrt{2}\mu = \sqrt{2\lambda}v$ ，实标量场  $H$  对应于一个**质量为  $m_H$**  的中性标量粒子  $H^0$ ，称为**希格斯玻色子**，具有**三线性和四线性**自相互作用




$$= -3i \frac{m_H^2}{v}$$





$$= -3i \frac{m_H^2}{v^2}$$

# 规范玻色子质量

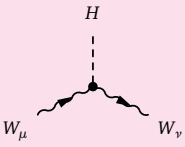
 在么正规范下，希格斯场的协变动能项化为

$$\begin{aligned}
 (D^\mu \Phi)^\dagger (D_\mu \Phi) &= \frac{1}{2} (\partial^\mu H) (\partial_\mu H) + m_W^2 W_\mu^+ W^{-,\mu} \\
 &+ \frac{1}{2} m_Z^2 Z_\mu Z^\mu + \frac{2m_W^2}{v} H W_\mu^+ W^{-,\mu} + \frac{m_Z^2}{v} H Z_\mu Z^\mu \\
 &+ \frac{m_W^2}{v^2} H^2 W_\mu^+ W^{-,\mu} + \frac{m_Z^2}{2v^2} H^2 Z_\mu Z^\mu
 \end{aligned}$$

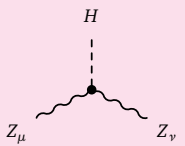
  $m_W \equiv \frac{1}{2} g v$ ,  $m_Z \equiv \frac{1}{2} \sqrt{g^2 + g'^2} v$

 对称性自发破缺之后， $W^\pm$  和  $Z^0$  规范玻色子

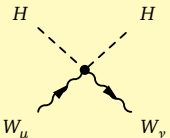
获得质量  $m_W$  和  $m_Z$ ，有 3 个希格斯场自由度变成它们的纵向极化分量



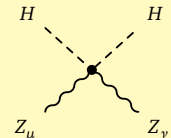
$$= 2i \frac{m_W^2}{v} g^{\mu\nu}$$



$$= 2i \frac{m_Z^2}{v} g^{\mu\nu}$$




$$= 2i \frac{m_W^2}{v^2} g^{\mu\nu}$$



$$= 2i \frac{m_Z^2}{v^2} g^{\mu\nu}$$


# 费米子质量

 希格斯场与费米子场之间能够发生电弱规范不变的**汤川相互作用**

$$\mathcal{L}_Y = -\tilde{y}_d^{ij} \bar{Q}_{iL} d'_{jR} \Phi - y_u \bar{Q}_{iL} u_{iR} \tilde{\Phi} - y_{\ell_i} \bar{L}_{iL} \ell_{iR} \Phi + \text{H.c.}, \quad \tilde{\Phi} \equiv i\sigma^2 \Phi^*$$

 **Cabibbo-Kobayashi-Maskawa (CKM) 矩阵  $V$**  将  $\tilde{y}_d^{ij}$  对角化, 满足


$$V_{li}^\dagger \tilde{y}_d^{ij} V_{jk} = y_{d_k} \delta_{lk}$$

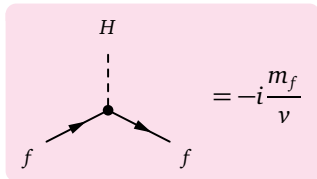
 对称性自发破缺之后, 汤川耦合项化为

$$\mathcal{L}_Y = -m_{d_i} \bar{d}_i d_i - m_{u_i} \bar{u}_i u_i - m_{\ell_i} \bar{\ell}_i \ell_i - \frac{m_{d_i}}{v} H \bar{d}_i d_i - \frac{m_{u_i}}{v} H \bar{u}_i u_i - \frac{m_{\ell_i}}{v} H \bar{\ell}_i \ell_i$$


$$\text{☾ } m_{d_i} \equiv \frac{y_{d_i} v}{\sqrt{2}}, \quad m_{u_i} \equiv \frac{y_{u_i} v}{\sqrt{2}}, \quad m_{\ell_i} \equiv \frac{y_{\ell_i} v}{\sqrt{2}}$$

 可见, **费米子获得了质量**

 费米子与希格斯玻色子发生汤川相互作用, 耦合常数正比于费米子质量



# 夸克混合


 在标准模型中，可以将上型夸克的规范态就取为质量态，而下型夸克的规范态与质量态通过 **CKM 矩阵**  $V$  联系：

$$\begin{pmatrix} u' \\ c' \\ t' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u \\ c \\ t \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} d' \\ s' \\ b' \end{pmatrix} = V \begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix}$$


 **概率守恒**要求  $V$  是**么正**矩阵，标准参数化形式为

$$V = \begin{pmatrix} 1 & & & \\ & c_{23} & s_{23} & \\ & -s_{23} & c_{23} & \\ & & & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_{13} & & s_{13}e^{-i\delta} & \\ & 1 & & \\ -s_{13}e^{i\delta} & & c_{13} & \\ & & & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_{12} & s_{12} & & \\ -s_{12} & c_{12} & & \\ & & & 1 \\ & & & & 1 \end{pmatrix}$$


$$= \begin{pmatrix} c_{12}c_{13} & & s_{12}c_{13} & s_{13}e^{-i\delta} \\ -s_{12}c_{23} - c_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta} & c_{12}c_{23} - s_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta} & s_{23}c_{13} & \\ s_{12}s_{23} - c_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta} & -c_{12}s_{23} - s_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta} & c_{23}c_{13} & \end{pmatrix} \quad \begin{matrix} s_{ij} \equiv \sin \theta_{ij} \\ c_{ij} \equiv \cos \theta_{ij} \end{matrix}$$

  $V$  包含 3 个转动角  $\theta_{12} \simeq 13^\circ$ ,  $\theta_{23} \simeq 2.4^\circ$ ,  $\theta_{13} \simeq 0.20^\circ$ ,  
1 个引起 **CP 破坏**的复相角  $\delta \simeq 71^\circ$

# CKM 矩阵元


 拟合实验数据得到 **CKM 矩阵元**的模为

$$|V_{ij}| = \begin{pmatrix} 0.97446 \pm 0.00010 & 0.22452 \pm 0.00044 & 0.00365 \pm 0.00012 \\ 0.22438 \pm 0.00044 & 0.97359^{+0.00010}_{-0.00011} & 0.04214 \pm 0.00076 \\ 0.00896^{+0.00024}_{-0.00023} & 0.04133 \pm 0.00074 & 0.999105 \pm 0.000032 \end{pmatrix}$$

 如果忽略第三代夸克的混合，CKM 矩阵可近似为

$$V_{ij} \simeq \begin{pmatrix} \cos \theta_C & \sin \theta_C & \\ -\sin \theta_C & \cos \theta_C & \\ & & 1 \end{pmatrix}, \quad \theta_C \text{ 称为 } \mathbf{Cabibbo \text{ 角}}, \text{ 满足 } \sin \theta_C = |V_{12}|$$

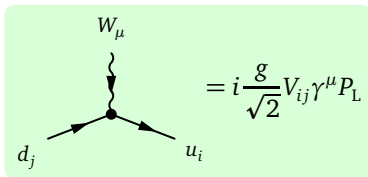
 CKM 矩阵的**非对角元**非零  **弱带电流**可以耦合**不同代的夸克**

  $u \rightarrow W^+ d'$  过程在质量态上表现为

$$u \rightarrow W^+ d \quad (V_{11} \text{ 引起})$$

$$u \rightarrow W^+ s \quad (V_{12} \text{ 引起})$$

$$u \rightarrow W^+ b \quad (V_{13} \text{ 引起})$$



# 超出标准模型：中微子混合

🌟 中微子振荡实验表明，中微子具有微小质量，而且存在味混合

🖋️ 狄拉克中微子的味道本征态（即规范本征态）与质量本征态通过 Pontecorvo–Maki–Nakagawa–Sakata (PMNS) 矩阵  $U$  联系：

$$\begin{pmatrix} \nu_e \\ \nu_\mu \\ \nu_\tau \end{pmatrix} = U \begin{pmatrix} \nu_1 \\ \nu_2 \\ \nu_3 \end{pmatrix}, \quad U = \begin{pmatrix} \bar{c}_{12}\bar{c}_{13} & \bar{s}_{12}\bar{c}_{13} & \bar{s}_{13}e^{-i\bar{\delta}} \\ -\bar{s}_{12}\bar{c}_{23} - \bar{c}_{12}\bar{s}_{23}\bar{s}_{13}e^{i\bar{\delta}} & \bar{c}_{12}\bar{c}_{23} - \bar{s}_{12}\bar{s}_{23}\bar{s}_{13}e^{i\bar{\delta}} & \bar{s}_{23}\bar{c}_{13} \\ \bar{s}_{12}\bar{s}_{23} - \bar{c}_{12}\bar{c}_{23}\bar{s}_{13}e^{i\bar{\delta}} & -\bar{c}_{12}\bar{s}_{23} - \bar{s}_{12}\bar{c}_{23}\bar{s}_{13}e^{i\bar{\delta}} & \bar{c}_{23}\bar{c}_{13} \end{pmatrix}$$

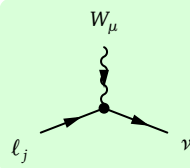
🌟  $\bar{\theta}_{12} \sim 33^\circ$ ,  $\bar{\theta}_{23} \sim 41^\circ$  (质量正序) 或  $\bar{\theta}_{23} \sim 50^\circ$  (质量逆序),  $\bar{\theta}_{13} \sim 8.4^\circ$

🐟 如果中微子是马约拉纳费米子，则额外存在 2 个  $CP$  破坏相角  $\rho$  和  $\sigma$ ，PMNS 矩阵应该再右乘  $\text{diag}(1, e^{i\rho}, e^{i\sigma})$

☀️ 太阳中微子振荡    🖱️  $\bar{\theta}_{12}$

☁️ 大气中微子振荡    🖱️  $\bar{\theta}_{23}$

🌟 反应堆中微子振荡    🖱️  $\bar{\theta}_{13}$

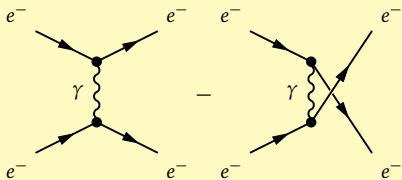


$$= i \frac{g}{\sqrt{2}} U_{ij} \gamma^\mu P_L$$

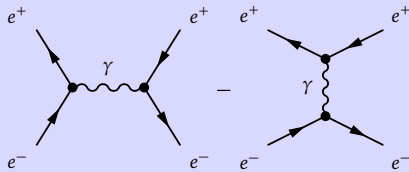


# 典型 QED 过程

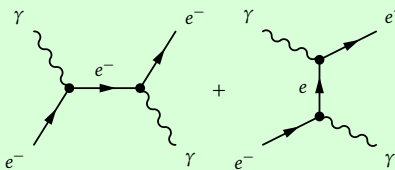
☀ 电磁流相互作用对应于量子电动力学 (Quantum Electrodynamics, QED)



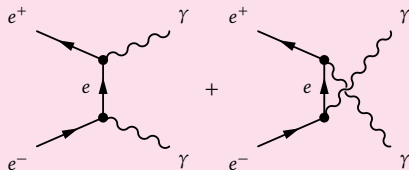
**Møller 散射**  $e^-e^- \rightarrow e^-e^-$



**Bhabha 散射**  $e^+e^- \rightarrow e^+e^-$



**Compton 散射**  $e^-\gamma \rightarrow e^-\gamma$



$e^+e^-$  湮灭到双光子  $e^+e^- \rightarrow \gamma\gamma$

✨ 初末态相同的过程可以具有多个费曼图，它们对应的振幅之间相互干涉

$e^+e^-$  湮灭

☀ 通过**电磁流**和**弱中性流**相互作用，

$e^+e^-$  可湮灭成一对正反费米子  $f\bar{f}$

✨  $\sqrt{s} \sim m_Z$  处出现  $Z$  的共振峰

💡 受共振态和弱中性流影响较小时，

截面比  $R = \frac{\sigma(e^+e^- \rightarrow q_i\bar{q}_i)}{\sigma(e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-)}$  体现夸

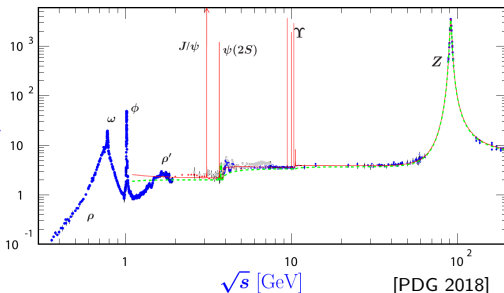
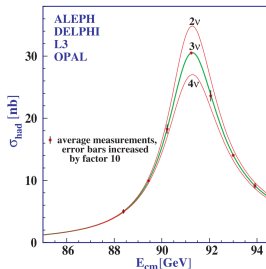
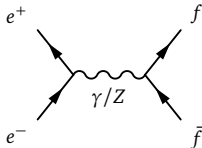
克味数、电荷跟  $\mu$  子的相对差异

●  $1 \text{ GeV} \leq \sqrt{s} \leq 3.6 \text{ GeV}$  处，

$$R \simeq 3 \left[ 2 \left( -\frac{1}{3} \right)^2 + \left( \frac{2}{3} \right)^2 \right] = 2 \quad R$$

●  $3.7 \text{ GeV} \leq \sqrt{s} \leq 10 \text{ GeV}$  处，

$$R \simeq 3 \left[ 2 \left( -\frac{1}{3} \right)^2 + 2 \left( \frac{2}{3} \right)^2 \right] = \frac{10}{3}$$



# β 衰变

## 弱相互作用引起原子核 β 衰变

质量数为  $A = Z + N$  的原子核具有  $Z$  个质子和  $N$  个中子，通过 β 衰变会变成具有  $Z + 1$  个质子和  $N - 1$  个中子的原子核  $A'$ ，即

$$A(Z, N) \rightarrow A'(Z + 1, N - 1) + e^- + \bar{\nu}_e$$

在核子层次，以上过程体现为中子 β 衰变，

$$n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e$$

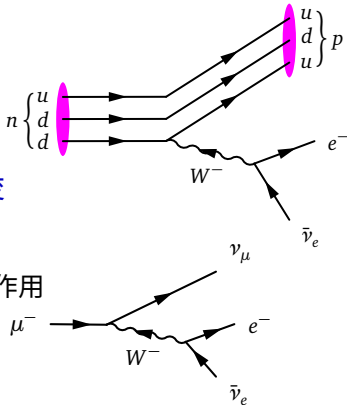
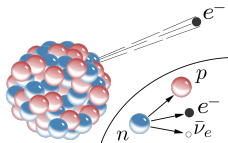
在夸克层次，以上过程体现为 d 夸克 β 衰变

$$d \rightarrow u + e^- + \bar{\nu}_e$$

此过程来自  $W^-$  玻色子传递的弱带电流相互作用

在轻子方面，类似的过程有 μ 子衰变

$$\mu^- \rightarrow \nu_\mu + e^- + \bar{\nu}_e$$



# 介子弱衰变

🌟 **弱带电流**相互作用也会引起介子衰变

●  $D^+(c\bar{d})$  衰变到  $\bar{K}^0$  和轻子或夸克 (👉 介子)

$$D^+ \rightarrow \bar{K}^0 + \nu_e/\nu_\mu/u + e^+/\mu^+/\bar{d}$$

🌟  $D^+$  中  $\bar{d}$  夸克实际没参与衰变, 称为**旁观者**

●  $\pi^-(\bar{u}d)$  衰变到带电轻子和反中微子

$$\pi^- \rightarrow e^-/\mu^- + \bar{\nu}_e/\bar{\nu}_\mu$$

🌟  $\pi^-$  静止系中, **角动量守恒**要求末态轻子和反轻子的螺旋度相同, 但弱带电流只耦合左手费米子和右手反费米子, 需要由**质量翻转螺旋度**

👉 
$$\frac{\Gamma(\pi^- \rightarrow e^- \bar{\nu}_e)}{\Gamma(\pi^- \rightarrow \mu^- \bar{\nu}_\mu)} \sim \frac{m_e^2}{m_\mu^2} \simeq 2 \times 10^{-5}$$

👉  $\pi^- \rightarrow \mu^- \bar{\nu}_\mu$  分支比为 99.9877%,  $\pi^- \rightarrow e^- \bar{\nu}_e$  分支比为 0.0123%

