

宇宙线相关粒子物理知识

第一节 粒子物理概述

余钊焕

中山大学物理学院

<http://yzhxxzxy.github.io>




2019 年 LHAASO 暑期学校
山东大学青岛校区
8 月 18 日至 26 日




宇宙线与粒子物理参考书


- ① T. K. Gaisser, *Cosmic Rays and Particle Physics*, Cambridge University Press, 1st edition, 1990 (有中译本)
- ② T. K. Gaisser, R. Engel, E. Resconi, *Cosmic Rays and Particle Physics*, Cambridge University Press, 2nd edition, 2016
- ③ Particle Data Group (PDG), *Review of Particle Physics*, Phys. Rev. D98, 030001 (2018)
- ④ D. Griffiths, *Introduction to Elementary Particles*, Wiley-VCH, 2nd edition, 2008 (有中译本)
- ⑤ 杜东生, 杨茂志, 《粒子物理导论》, 科学出版社, 2015
- ⑥ 肖振军, 吕才典, 《粒子物理学导论》, 科学出版社, 2016
- ⑦ F. Halzen, A. D. Martin, *Quarks and Leptons: An Introductory Course in Modern Particle Physics*, John Wiley & Sons Inc., 1982
- ⑧ L. B. Okun (translated from Russian by V. I. Kisin), *Leptons and Quarks*, North Holland Publishing Co., 1980


宇宙线

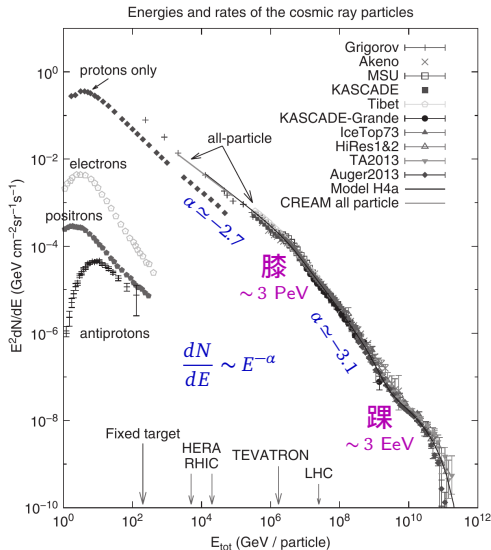
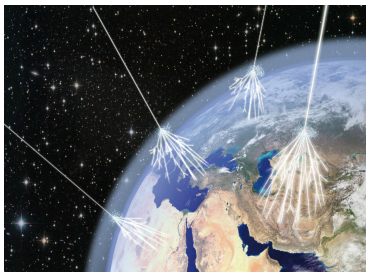
 **宇宙线**是来自外太空的高能粒子

 **事例率**: $\sim 1000 \text{ m}^{-2} \text{ s}^{-1}$

 **成分**: $\sim 90\%$ 质子、 $\sim 9\%$ 氦核、重核、正负电子、反质子等带电粒子，以及少量 γ 射线和中微子

 **能量**: 相对论性动能 $E_k \gtrsim mc^2$

 **极高能宇宙线** $E \sim 10^{11} \text{ GeV}$

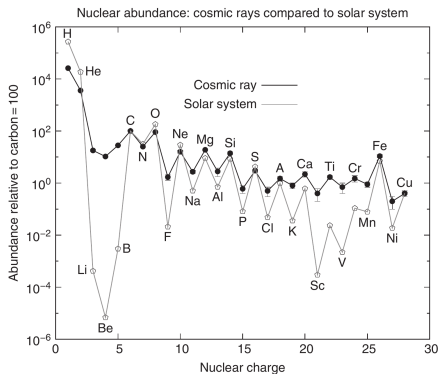


[Gaisser et al., 2016]

宇宙线各成分丰度

💡 **奇偶效应**：原子序数 Z 为偶数的原子核比奇数的结合得更紧，丰度更高

💥 **两族核散裂产物** Li-Be-B (C 和 O 散裂) 和 Sc-Ti-V-Cr-Mn (Fe 散裂) 在宇宙线中的丰度远高于太阳系中的丰度



[Gaisser *et al.*, 2016]

💡 这些散裂产物由宇宙线与星际介质碰撞产生，据此推断宇宙线从产生到观测间穿过的**平均物质质量**为 $X \simeq 5 \text{ g/cm}^2$


🌙 银盘质子数密度是 $\rho_N \simeq 1 \text{ cm}^{-3}$ ，因而这个物质对应的**距离**为

$$l = \frac{X}{m_p \rho_N} \simeq 1000 \text{ kpc}$$


≫ 银盘半高度 0.1 kpc


👉 宇宙线受到**束缚**，在银河系中扩散很久之后才能逃逸到星系际空间


宇宙线能量密度


 宇宙线**通量** f 是单位时间单位立体角单位面积内的粒子数，单位可取为 $\text{m}^{-2} \text{sr}^{-1} \text{s}^{-1}$ ，与**数密度** ρ_{CR} 的关系是 $f = \rho_{\text{CR}} \beta c / 4\pi$ 。宇宙线的**能量密度**为


$$\rho_E = \int E_k \frac{d\rho_{\text{CR}}}{dE_k} dE_k = \int \frac{4\pi E_k}{\beta c} \frac{df}{dE_k} dE_k = \int \frac{4\pi E_k^2}{\beta c} \frac{df}{dE_k} d \ln E_k$$


 右图是宇宙线**质子能谱**

 **太阳风**携带磁场，妨碍低能宇宙线 ($E_k \lesssim 10 \text{ GeV}$) 进入，具有**调制效应**

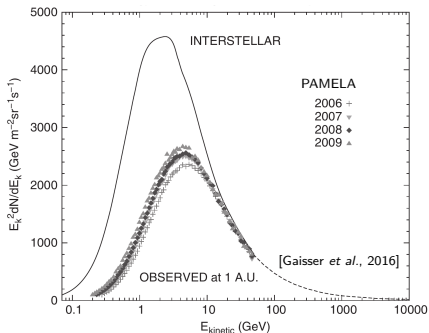
 对太阳风影响进行修正，可以得到**本地星际介质**中的通量，用实线表示

 质子的能量密度正比于曲线下面积

 本地星际介质中 $\rho_E \simeq 0.5 \text{ eV/cm}^3$

 银河系典型磁场 $B \simeq 3 \mu\text{G}$ ，磁场能量密度 $\epsilon = B^2 / (8\pi) \simeq 0.25 \text{ eV/cm}^3$

 **银河宇宙线与星际磁场能量密度相当，两者相互影响**



宇宙线与粒子物理的联系

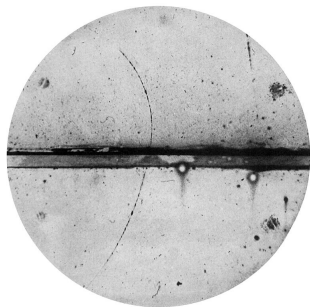
☀ 20 世纪 30 年代，**宇宙线观测**是研究高能粒子的唯一途径。在宇宙线实验中发现的新粒子包括**正电子** (1932)， **μ 子** (1936)， **π^\pm 介子** (1947)， **Λ^0 重子**、 **K_S^0 介子**、 **K_L^0 介子**、 **K^\pm 介子**、 **Ξ 重子** 和 **Σ 重子**等奇异粒子 (1947-1953)

🌙 1948 年以后，**粒子加速器**兴起，宇宙线研究与粒子物理研究渐渐分离。早期加速器实验中发现的新粒子包括 **π^0 介子** (1950) 和**反质子** (1955)

✨ 不过，宇宙线与粒子物理仍然具有密切联系

🌑 粒子物理提供了理解和描述**宇宙线相互作用**的基础

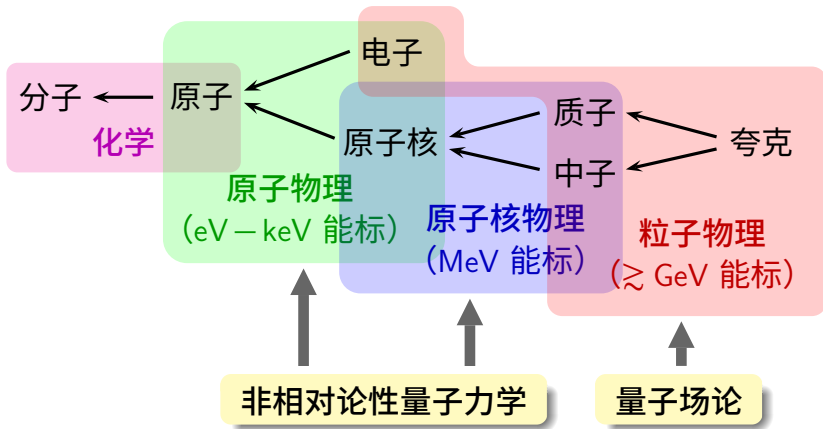
🌑 宇宙线观测为粒子物理研究提供了**更多实验数据**，例如，中微子振荡的发现得益于对太阳和大气中微子的测量



C. Anderson 利用云室和磁场发现正电子

粒子物理学

☀️ **粒子物理学**，也称为**高能物理学**，是研究物质的**基本结构**和**基本相互作用**的科学，理论基础是结合量子力学和狭义相对论的**量子场论**。



自然单位制

💡 在粒子物理学中，为简便起见，经常采用**自然单位制**，取 $c = \hbar = k_B = 1$

常数	国际单位制	自然单位制引起的数值关系
光速	$c = 299\,792\,458 \text{ m s}^{-1}$	$1 \text{ s} = 2.998 \times 10^8 \text{ m}$
约化普朗克常数	$\hbar = 1.055 \times 10^{-34} \text{ J s}$	$1 \text{ s}^{-1} = 6.582 \times 10^{-22} \text{ MeV}$
玻尔兹曼常数	$k_B = 1.381 \times 10^{-23} \text{ J K}^{-1}$	$1 \text{ K} = 8.617 \times 10^{-5} \text{ eV}$

● 自然单位制下，**长度**量纲与**时间**相同，是**能量**量纲的倒数，**能量**、**质量**、**动量**和**温度**具有相同量纲，可将能量单位**电子伏特** (eV) 视作**唯一基本单位**

● 粒子物理常见的长度单位是**费米** ($1 \text{ fm} = 10^{-15} \text{ m}$)，它与能量单位 MeV 的关系是 $1 \text{ fm}^{-1} = 197.3 \text{ MeV}$

● 狭义相对论中的**能动量关系**表达成 $E^2 = m^2 + |\mathbf{p}|^2$ ，其中 m 为**静止质量**

● **质能关系**表达成 $E = \gamma m$ ，其中**洛伦兹因子** $\gamma = (1 - v^2)^{-1/2}$

有理化的自然单位制

● **精细结构常数** $\alpha = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0\hbar c}$ 没有量纲，在任何单位制下数值为 $\frac{1}{137.036}$

● 自然单位制不可能将 \hbar 、 c 、 ϵ_0 和 e 这四个常数同时取为 1

● 在粒子物理学中，时常再取**真空介电常数** $\epsilon_0 = 1$ （洛伦兹-亥维赛单位制），则**真空磁导率** $\mu_0 = (\epsilon_0 c^2)^{-1} = 1$

● 不同于高斯单位制，此时**麦克斯韦方程组**中不会出现**无理数** 4π


$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \rho, \quad \nabla \cdot \mathbf{B} = 0, \quad \nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, \quad \nabla \times \mathbf{B} = \mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}$$


● 这样的单位制称为**有理化**的自然单位制



● 4π 因子出现在**库仑定律**中，点电荷 Q 的库仑势表达成 $\Phi = \frac{Q}{4\pi r}$

✨ 精细结构常数表达成 $\alpha = \frac{e^2}{4\pi}$ ，**单位电荷量** $e = \sqrt{4\pi\alpha} = 0.3028$ 没有量纲









基本相互作用

 人类对物质间**相互作用**的认识随着对物质**结构**的深入研究而不断加深


 按照目前的认识，组成物质的基本单元是**粒子**，自然界中存在四种**基本相互作用**，支配着粒子的**运动和转化**


- ① **引力相互作用**
 - ② **电磁相互作用**
- } 最先认识的两种长程作用，与日常生活最为相关
- ③ **强相互作用**  短程作用，将夸克束缚在核子中、核子束缚在原子核中
 - ④ **弱相互作用**  短程作用，引起原子核的 β 衰变

 描述相互作用性质的要素：

-  **源**  决定相互作用的种类
-  **相互作用常数**  决定相互作用的强度
-  **媒介粒子**  传递相互作用的粒子，是相互作用场的量子
-  **力程**  相互作用的有效范围

引力相互作用

 所有**物质**都参与**引力相互作用**


 引力的源是**质量**，假想中的媒介粒子叫**引力子**

 相互作用常数是**牛顿引力常数**： $\frac{G_N}{4\pi} = 5.34 \times 10^{-40} \text{ GeV}^{-2}$

 引起的束缚态：**行星系**（如太阳系）、**恒星系**（如银河系）、**星系团**




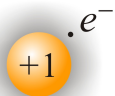
电磁相互作用

 所有**带电粒子**都参与**电磁相互作用**

 电磁相互作用的源是**电荷**，媒介粒子是**光子**

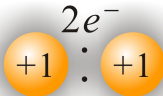
 相互作用常数可用**精细结构常数**表示： $\alpha = \frac{e^2}{4\pi} = \frac{1}{137.036}$

 引起的束缚态：**原子、分子**




·H

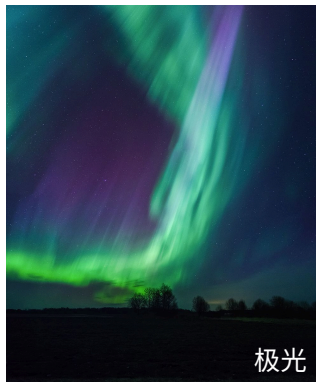
氢原子



H:H


氢分子

 19 世纪中叶，麦克斯韦将**电**和**磁**统一在**电动力学**的方程组中。20 世纪中叶建立起**量子电动力学**，它是第一个自治的相对论性量子理论。



极光

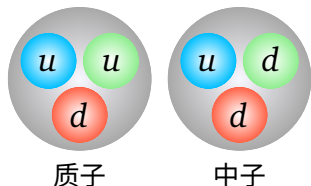
强相互作用

 原子核内部核子（质子和中子）间的作用力可以抵消质子间的同性电磁排斥力，使原子核稳定存在。这说明核子间存在不同于引力和电磁相互作用的另一种相互作用，它的强度还**强于电磁相互作用**，因而被称为**强相互作用**。描述强相互作用的基本理论是**量子色动力学**。

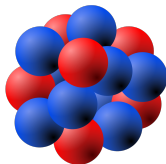
 强相互作用的源是**色荷**，媒介粒子是**胶子**

 相互作用常数是**强耦合常数**： $\alpha_s = \frac{g_s^2}{4\pi} \sim \mathcal{O}(1)$

 引起的束缚态：**介子**、**重子**、**原子核**




由胶子传递的夸克间强相互作用可称为**色相互作用**，它使夸克结合成介子和重子。核子间强相互作用是色相互作用的**剩余作用**。这类似于分子间的范德瓦尔斯力，它的根源是电磁相互作用。强相互作用的**力程很短**，约为 10^{-15} m，故作用范围仅在相邻核子之间。




原子核

弱相互作用

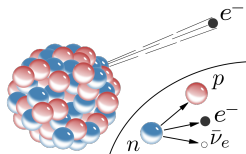
 原子核 β 衰变的半衰期为几秒到几年， π^\pm 介子和 K_S^0 介子的寿命分别为 2.6×10^{-8} s 和 8.9×10^{-11} s，这些作用时间与典型的电磁或强相互作用时间相比，要长 $10^5 - 10^{20}$ 倍。这意味着支配这些衰变的是一种**非常弱**的相互作用，称为**弱相互作用**。它与电磁相互作用一起，由**电弱统一理论**描述。

 弱相互作用的源是**弱同位旋**和**弱超荷**，媒介粒子是 W^\pm 和 Z^0 **玻色子**

 相互作用常数是**费米常数**：
$$G_F = \frac{g^2}{4\sqrt{2}m_W^2} = 1.166 \times 10^{-5} \text{ GeV}^{-2}$$

 弱相互作用强度太弱，力程极短，通常**不会引起束缚态**


W^\pm 和 Z^0 的质量分别为 80.4 和 91.2 GeV，比质子质量大两个量级，严重压低 GeV 能标以下的衰变过程，表现为**相互作用时间很长且力程极短**。当相互作用能标远高于 Z^0 的质量时，弱相互作用的强度与电磁相互作用相当。



原子核 β 衰变

基本相互作用对比

	强相互作用	电磁相互作用	弱相互作用	引力
源	色荷	电荷	弱同位旋、弱超荷	质量
相互作用强度	$\alpha_s = \frac{g_s^2}{4\pi}$	$\alpha = \frac{e^2}{4\pi}$	$G_F m_p^2$	$\frac{G_N m_p^2}{4\pi}$
	$\sim \mathcal{O}(1)$	$\sim 1/137$	$\sim 10^{-5}$	$\sim 5 \times 10^{-40}$
媒介粒子	胶子	光子	W^\pm 和 Z^0	引力子?
力程	1 fm	∞	1/400 fm	∞
典型作用时间	10^{-23} s	10^{-16} s	10^{-10} s	\gtrsim yr
典型束缚态	强子	原子	/	太阳系

 质子参与四种基本相互作用。表中，为了给出弱相互作用和引力的**无量纲相互作用强度**，以质子质量 $m_p = 0.938$ GeV 为基准进行估算。

势能

🚩 距离为 r 的两个带电物体对应的**电势**为 $V_{EM}(r) \sim -\frac{\alpha}{r}$

✨ 电磁势能随距离增大而衰减，与距离成反比关系

🚩 **弱相互作用势能**为 $V_{weak}(r) \sim -\frac{g^2}{4\pi} \frac{1}{r} \exp(-m_W r)$ ，其中 g 是弱耦合常数

✨ 距离大于 $\frac{1}{m_W} \simeq \frac{1}{400}$ fm 之后，指数因子使弱相互作用迅速衰减

🚩 **强相互作用势能**为 $V_{strong}(r) \sim -\frac{4}{3} \frac{\alpha_s}{r} + kr$

🌑 在短距离处，第一项主导，行为与电磁和弱作用类似，不过相互作用更强

🌑 在长距离处，第二项主导，导致**夸克禁闭**

👉 在宏观距离上不可能将带有色荷的粒子分开，因此所有强子都是**色中性的**

基本粒子



基本粒子指没有发现内部结构的粒子



三代费米子

- 带电轻子：电子 (e), μ 子 (μ), τ 子 (τ)
- 中微子：电子型中微子 (ν_e), μ 子型中微子 (ν_μ), τ 子型中微子 (ν_τ)
- 上型夸克：上夸克 (u), 粲夸克 (c), 顶夸克 (t)
- 下型夸克：下夸克 (d), 奇夸克 (s), 底夸克 (b)



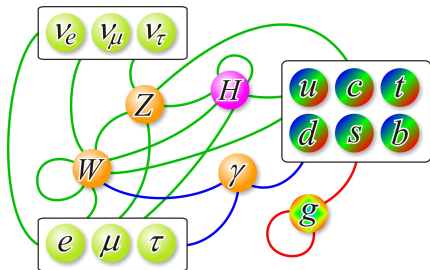
矢量玻色子

- 电弱规范玻色子：光子 (γ), W^\pm , Z^0
- 强规范玻色子：8 种胶子 (g)



标量玻色子：Higgs 玻色子 (H^0)

研究基本粒子间的**强**、**电磁**、**弱**相互作用建立起来的量子色动力学和电弱统一理论，合起来称为粒子物理**标准模型**



标准模型基本粒子和相互作用

粒子基本性质

- ① **稳定性**：大多数粒子是不稳定的。较重的粒子可能通过强、电磁和弱相互作用衰变成较轻的粒子，除非有一些对称性保证衰变不能发生。
 - **未观测到衰变的粒子**：质子 p ，正负电子 e^\pm ，光子 γ ，三代中微子 ν_e, ν_μ, ν_τ
 - **寿命长于 10^{-10} s 的粒子**（相对稳定，产生后能够飞行较长距离）：
 - μ^\pm, π^\pm 介子, K^\pm 介子, 中子 n , Λ^0 重子, K_L^0 介子等
 - **寿命为 $10^{-12} - 10^{-10}$ s 之间的粒子**（产生后能够飞行一段距离）：
 - τ^\pm, K_S^0 介子, D^0 介子, D^\pm 介子, B^0 介子, B^\pm 介子等
 - **寿命短于 10^{-12} s 的粒子**： $W^\pm, Z^0, t, H^0, \pi^0$ 介子, ρ^0 介子, ρ^\pm 介子等
- ② **性质参数**：质量、寿命（或衰变宽度）、自旋、电荷、磁矩、其它量子数等
- ③ **正反粒子**：反粒子是粒子的共轭态，质量、寿命和自旋与正粒子相同，所有内部**相加性量子数**(如电荷、重子数、奇异数等)的大小与正粒子相同，符号却相反。所有内部相加性量子数均为 0 的粒子称为**纯中性粒子**（如光子、 Z^0 、 π^0 等），它的反粒子是它本身。

粒子基本性质

- ④ **电荷**：粒子的电荷是量子化的，以电子的电荷量绝对值 $e = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$ 为基本单位。**电荷守恒定律**严格成立。大多数粒子的电荷是 e 的整数倍。不过，夸克具有分数电荷，上型夸克的电荷为 $+\frac{2}{3}e$ ，下型夸克的电荷为 $-\frac{1}{3}e$ 。夸克组成的强子仍然具有整数电荷。
- ⑤ **玻色子**：自旋为整数，如 0、1、2 等，服从**玻色—爱因斯坦统计**
- **标量玻色子**（自旋为 0）： H^0 ， π 介子， K 介子， η 介子等
 - **矢量玻色子**（自旋为 1）：光子，胶子， W^\pm ， Z^0 ， ρ 介子， J/ψ 介子， Υ 介子等
- ⑥ **费米子**：自旋为半整数，如 $1/2$ 、 $3/2$ 、 $5/2$ 等，服从**费米—狄拉克统计**
- **自旋为 $1/2$ 的费米子**：带电轻子，中微子，夸克，质子，中子， Λ^0 重子等
 - **自旋为 $3/2$ 的费米子**： Δ 重子， Ω^- 重子， Ω_{ccc}^{++} 重子等

能量、动量和质量

💡 粒子物理学常常研究高速运动的粒子，需要在**狭义相对论**框架下描述粒子的运动。平直时空中的**闵可夫斯基度规**通常约定为

$$g_{\mu\nu} = g^{\mu\nu} = \begin{pmatrix} +1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad \mu, \nu = 0, 1, 2, 3$$

🖋️ 粒子的**能量** E 和 **3 维动量** \mathbf{p} 构成 **4 维动量** $p^\mu = (E, \mathbf{p})$ 。 p^μ 是一个洛伦兹逆变矢量，对应的协变矢量为 $p_\mu = g_{\mu\nu}p^\nu = (E, -\mathbf{p})$ 。 p^μ 的内积

$$p^2 \equiv p \cdot p \equiv p^\mu p_\mu = g_{\mu\nu}p^\mu p^\nu = g^{\mu\nu}p_\mu p_\nu = E^2 - |\mathbf{p}|^2 = m^2$$

是一个**洛伦兹不变量**，即在洛伦兹变换下不变，在所有惯性系中有相同的值。

🟡 m 是粒子的**（静止）质量**

🟡 自由运动的粒子满足**质壳条件** $E^2 = m^2 + |\mathbf{p}|^2$ ，即 $E = \sqrt{m^2 + |\mathbf{p}|^2}$

🟡 粒子的**3 维速度**定义为 $\mathbf{v} = \mathbf{p}/E$

洛伦兹变换

💡 **洛伦兹变换** 将一个洛伦兹矢量在一个**惯性参考系** Σ 中的测量值变换成它在另一个**惯性参考系** Σ' 中的测量值

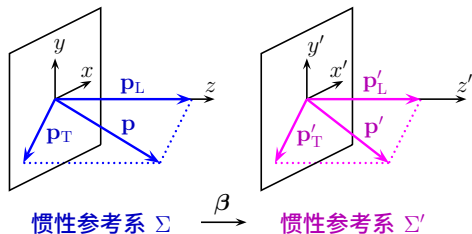
🖋️ 设 Σ' 系相对于 Σ 系的运动速度为 β ，粒子在 Σ 系中的能量和动量分别为 E 和 \mathbf{p} ，记 \mathbf{p} 在平行于 β 方向上的分量为 p_L ，在垂直于 β 方向上的分量为 \mathbf{p}_T ，则粒子在 Σ' 系中的能量和动量为

$$\begin{pmatrix} E' \\ \mathbf{p}' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma & -\gamma|\beta| \\ -\gamma|\beta| & \gamma \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E \\ p_L \end{pmatrix}, \quad \mathbf{p}'_T = \mathbf{p}_T,$$

其中洛伦兹因子 $\gamma = (1 - |\beta|^2)^{-1/2}$

✨ 可以验证， $p'^2 = p^2$ ，即 4 维动量的内积在洛伦兹变换下不变

粒子能量 E 与质量 m 的关系为 $E = \gamma m$ ，这里 $\gamma = (1 - |\mathbf{v}|^2)^{-1/2}$ 。



动尺缩短和动钟延缓

💡 时空坐标 $x^\mu = (t, \mathbf{x})$ 是洛伦兹矢量，服从洛伦兹变换

$$\begin{pmatrix} t' \\ \mathbf{x}'_L \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma & -\gamma|\boldsymbol{\beta}| \\ -\gamma|\boldsymbol{\beta}| & \gamma \end{pmatrix} \begin{pmatrix} t \\ \mathbf{x}_L \end{pmatrix}, \quad \mathbf{x}'_T = \mathbf{x}_T.$$

🖋️ 引起两个相对论效应

- ① **运动的尺子变短**：从静止参考系 Σ 中观察固定在运动参考系 Σ' 中的一个物体，则它在平行于 $\boldsymbol{\beta}$ 方向上的长度 L' 变短为 $L = L'/\gamma < L'$
- ② **运动的时钟变慢**：运动参考系 Σ' 中的时间间隔 $\Delta t'$ 比静止参考系 Σ 中的时间间隔 Δt 长，满足 $\Delta t' = \gamma\Delta t > \Delta t$

🟡 μ 子质量 $m = 106 \text{ MeV}$ ，寿命 $\tau = 2.2 \times 10^{-6} \text{ s}$ ；对于能量 $E = 106 \text{ GeV}$ 的 μ 子， $\gamma = E/m = 10^3$ ，因而飞行寿命会延长到 $\tau' = 2.2 \times 10^{-3} \text{ s}$

🟡 π^\pm 介子质量为 140 MeV ，寿命为 $2.6 \times 10^{-8} \text{ s}$ ，能量为 1.4 GeV 时从产生到衰变平均可以飞行七十多米，能量为 14 GeV 时则可达到七百多米

质心系

💡 对粒子能动量的实验测量是在**实验室参考系**中进行的；不过，对于多粒子系统，在**质心参考系**中描述粒子运动状态通常会更加简单


🖋️ **质心系**定义为使系统总动量为零的参考系，满足 $\mathbf{p}_{\text{CM}} \equiv \sum_i \mathbf{p}_i^{\text{CM}} = \mathbf{0}$

💡 系统的**质心系能量（质心能）** $E_{\text{CM}} \equiv \sum_i E_i^{\text{CM}}$ 是一个洛伦兹不变量：


$$p_{\text{CM}}^\mu \equiv (E_{\text{CM}}, \mathbf{p}_{\text{CM}}), \quad p_{\text{CM}}^2 = \left(\sum_i E_i^{\text{CM}} \right)^2 - \left(\sum_i \mathbf{p}_i^{\text{CM}} \right)^2 = \left(\sum_i E_i^{\text{CM}} \right)^2 = E_{\text{CM}}^2$$


- 系统的质心系总能量 E_{CM} 是激发粒子体系内部相互作用的**有效能量**
- 几个粒子的总质心能也称为它们的**不变质量**， $m_{\text{inv}} = E_{\text{CM}}$ ；由于**能动量守恒**，如果几个粒子是同一个母粒子的衰变产物， m_{inv} 就是母粒子的质量
- 两个粒子碰撞时，质心系中两个入射粒子动量大小相同，方向相反；质心系中出射粒子的角度分布是**轴对称**的，以任一入射粒子的动量方向为轴
- 标量粒子衰变所产生的次级粒子在质心系中呈**球对称**分布；若母粒子自旋不为零，次级粒子在质心系中则呈**轴对称**分布，以母粒子自旋方向为轴

固定靶实验和对撞实验

 **固定靶实验**用粒子束流轰击固定靶来发生相互作用。实验室系中，记静止靶粒子 A 的动量为 $p_A = (m_A, \mathbf{0})$ ，入射粒子 B 的动量为 $p_B = (E_B, \mathbf{p}_B)$ ，则

$$E_{\text{CM}}^2 = (p_A + p_B)^2 = p_A^2 + p_B^2 + 2p_A \cdot p_B = m_A^2 + m_B^2 + 2m_A E_B$$

 对于高能入射粒子， $m_A, m_B \ll E_B$ ，质心能 $E_{\text{CM}} \simeq \sqrt{2m_A E_B}$


 **对撞实验**用两个粒子束流相撞来发生相互作用。目前已有 e^+e^- 、 pp 、 $p\bar{p}$ 和 $e^\pm p$ 等束流不同的对撞机。设粒子 A 和 B 沿相反方向入射并对撞，若能量远高于质量，则 $|\mathbf{p}_A| \simeq E_A$ ， $|\mathbf{p}_B| \simeq E_B$ ， $p_A^2 \simeq p_B^2 \simeq 0$ ，在实验室系中可得

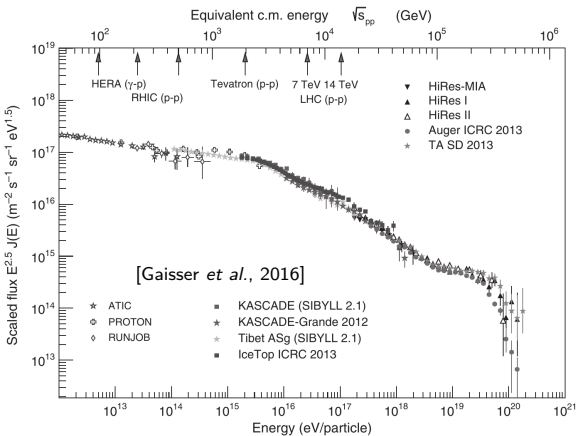
$$E_{\text{CM}}^2 = p_A^2 + p_B^2 + 2p_A \cdot p_B \simeq 2E_A E_B + 2|\mathbf{p}_A||\mathbf{p}_B| \simeq 4E_A E_B$$


 质心能 $E_{\text{CM}} \simeq \sqrt{4E_A E_B}$

费米实验室的 Tevatron 是 $p\bar{p}$ 对撞机， $E_p = E_{\bar{p}} \simeq 1 \text{ TeV}$ ， $E_{\text{CM}} \simeq 2 \text{ TeV}$ 。若改为以 p 为靶的打靶实验，需要入射 \bar{p} 能量为 $E_{\bar{p}} \simeq 2000 \text{ TeV}$ 才能达到相同的质心能。由此可见，**对撞实验远比固定靶实验更能有效地利用能量。**

宇宙线能量与对撞机质心能

 宇宙线打到大气上，等价于**固定靶实验**



 **极高能宇宙线**能量可达 $E \sim 10^{20}$ eV，打到大气原子核上，等价于质心能 $\sqrt{s} \sim 430$ TeV 的 pp 对撞，或等价于核子质心能 $\sqrt{s_{NN}} \sim 57$ TeV 的铁核对撞

衰变

💡 不稳定粒子的**衰变**是一个泊松过程

🖋️ 在静止参考系中，粒子衰变前存活的时间 $\geq t$ 的概率由**指数分布**给出，

$$P(t) = e^{-t/\tau} = e^{-\Gamma t},$$

✨ τ 是粒子**寿命**， Γ 是粒子**衰变宽度**

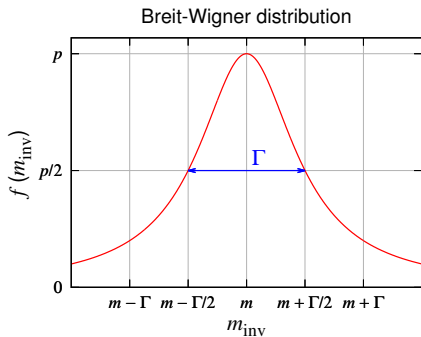
$$\Gamma \equiv \frac{1}{\tau}$$

🌑 不稳定粒子的质量并不是确定的值，

而是一个分布，即衰变产物不变质量 m_{inv} 的分布，服从 **Breit-Wigner 分布**

$$f(m_{\text{inv}}) = \frac{\Gamma}{2\pi} \frac{1}{(m_{\text{inv}} - m)^2 + \Gamma^2/4}$$

🌑 分布的中心值 m 是通常所说的粒子**质量**，分布的半峰全宽是粒子宽度 Γ



分支比和分宽度

✨ 一个粒子可能有多种衰变过程。在一次衰变中，某个衰变过程 j 发生的概率称为它的**分支比** B_j 。定义衰变过程 j 的**分宽度**为 $\Gamma_j = \Gamma B_j$ ，则

$$\sum_j B_j = \frac{1}{\Gamma} \sum_j \Gamma_j = 1, \quad \text{即 } \Gamma = \sum_j \Gamma_j$$


✏ 对于末态为 n 体的衰变过程 j ，分宽度在理论计算中表达为

$$\Gamma_j = \frac{1}{2m} \int \prod_{i=1}^n \frac{d^3 p_i}{(2\pi)^3 2E_i} (2\pi)^4 \delta^{(4)}(p^\mu - \sum_i p_i^\mu) |\mathcal{M}_j|^2$$


✨ 这里 m 和 p^μ 是母粒子的质量和 4 动量，4 维 δ 函数体现能动量守恒；衰变过程的**不变振幅** \mathcal{M}_j 是发生 j 过程的概率振幅，在洛伦兹变换下不变


一个粒子物理理论模型会定义粒子类型和拉格朗日密度量（**拉氏量**），由此给出的一套**费曼规则**。利用这套规则可以画出**费曼图**来表示所有可能发生的衰变和散射过程。根据**量子场论**知识，可以通过费曼图计算不变振幅。


散射

 **散射**是两个粒子通过碰撞发生反应的过程


 **弹性散射**：碰撞粒子之间只有动量交换，类型和内部状态没有发生改变

 **非弹性散射**：粒子内部状态有所改变或转化为其它粒子

 描述散射过程本质的物理量是**散射截面** σ ，它是粒子间相互作用的有效面积，表征相互作用的强弱；常用单位是**靶**，记作 b， $1 \text{ b} = 10^{-28} \text{ m}^2$

 对于末态为 n 体的散射过程，散射截面在理论计算中表达为

$$\sigma = \frac{1}{2E_A 2E_B |\mathbf{v}_A - \mathbf{v}_B|} \int \prod_{i=1}^n \frac{d^3 p_i}{(2\pi)^3 2E_i} (2\pi)^4 \delta^{(4)}(p_A^\mu + p_B^\mu - \sum_i p_i^\mu) |\mathcal{M}|^2$$

 与分宽度的计算公式类似，**4 维 δ 函数**体现能动量守恒，而 \mathcal{M} 是散射过程的**不变振幅**，可以通过费曼图计算

散射截面与相互作用率

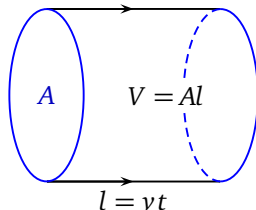
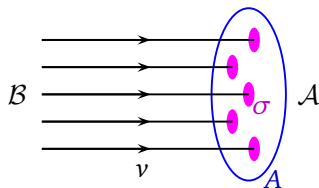
● 设两束粒子 A 和 B 发生散射，各自含有 N_A 和 N_B 个粒子， A 与 B 相互作用的**散射截面**为 σ ，粒子束相互投射的区域横截面积为 A ，则相互作用发生的次数为

$$N = N_A N_B \frac{\sigma}{A}$$


● 若两个粒子束的数密度为 n_A 和 n_B ，彼此间相对速度为 $v = |\mathbf{v}_A - \mathbf{v}_B|$ ，则在 t 时间内相互投射的区域体积为 $V = Avt$

● 由于 $N_A = n_A V$ ， $N_B = n_B V$ ，单位时间单位体积内的**相互作用率**为

$$R = \frac{N}{Vt} = \frac{1}{Vt} \frac{n_A V n_B V \sigma}{A} = n_A n_B \sigma \frac{V}{At} = n_A n_B \sigma v$$





Mandelstam 变量和运动学条件

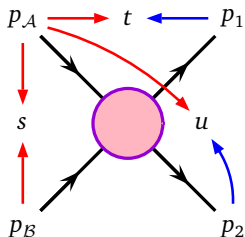
 两体散射常用到洛伦兹不变的 **Mandelstam 变量**


$$s \equiv (p_A + p_B)^2 = (p_1 + p_2)^2, \quad t \equiv (p_A - p_1)^2 = (p_B - p_2)^2$$


$$u \equiv (p_A - p_2)^2 = (p_B - p_1)^2, \quad s + t + u = \sum_{i=A,B,1,2} m_i^2$$


 s 的定义可推广到任意 n 体末态, 且 $\sqrt{s} = E_{\text{CM}}$


 习惯上使用 \sqrt{s} 表示散射过程的**质心能**



 根据**狭义相对性原理**, 物理定律在一切惯性参考系中具有相同形式

 利用**质心系**可以方便地分析一个过程需要满足的运动学条件

 衰变过程质心能为母粒子质量 m , 根据能量守恒, 发生衰变的运动学条件是 $m \geq \sum_i m_i$, 即一个粒子只能衰变成质量之和比它轻的末态粒子

 对于散射过程, 能量守恒要求的运动学条件是 $\sqrt{s} \geq \sum_i m_i$, 即**散射过程质心能应大于末态粒子质量之和**。

典型衰变和散射

典型衰变

✦ 弱衰变 $n \rightarrow pe^- \bar{\nu}_e$, 中子寿命 880 s

✦ 弱衰变 $\mu^- \rightarrow e^- \bar{\nu}_e \nu_\mu$, μ 子寿命 2.2×10^{-6} s

🌙 电磁衰变 $\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$, π^0 寿命 8.5×10^{-17} s

☀ 强衰变 $\Delta^+(1232) \rightarrow p\pi^0/n\pi^+$

Δ^+ 寿命 $\simeq 5.6 \times 10^{-24}$ s, 宽度 $\simeq 117$ MeV

典型散射

✦ 弱散射截面 $\sigma(\nu p \rightarrow \text{强子}) \sim 1$ nb

🌙 电磁散射截面 $\sigma(\gamma\gamma \rightarrow \text{强子}) \sim 500$ nb

🌙 电磁散射截面 $\sigma(\gamma p \rightarrow \text{强子}) \sim 200$ μb

☀ 强散射截面 $\sigma(p\bar{p} \rightarrow \text{强子}) \sim 70$ mb

